

# Universelle kritische Phänomene unter Mikrogravitation: Test der Renormierungsgruppentheorie

V. Dohm

RWTH Aachen

Symposium "Grundlagenforschung im Weltraum"

München, 12. - 13. Juni 2008

gefördert vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)

## Universalität kritischer Phänomene

- Universalitätsklassen

- Vorhersagen der Renormierungsgruppentheorie

## Relevanz der Schwerelosigkeit

## Aktueller Stand der Forschung

- Unendliche Systeme

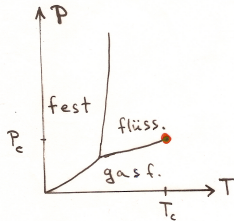
- Endliche Systeme

- Dynamik (Vortrag von R. Haussmann)

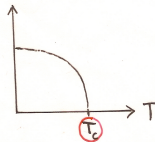
## Ausblick: Zukünftige Experimente unter Schwerelosigkeit

## Analogie

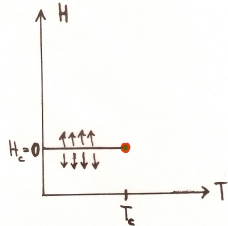
### Flüssigkeit/Gas



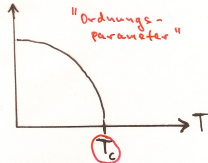
Dichtedifferenz  
flüss. - gasf.



### Ferromagnet



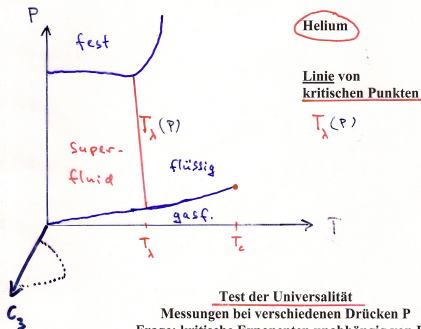
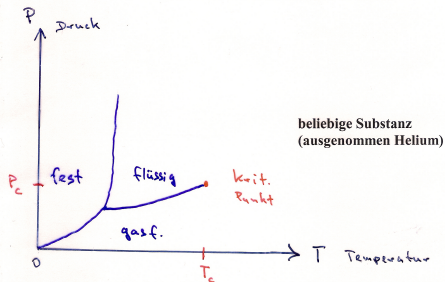
Magnetisierung bei  $H = 0$



kritischer Punkt von Flüssigkeiten

entspricht Curie-Punkt von Ferromagneten

# Phasendiagramm und kritische Punkte



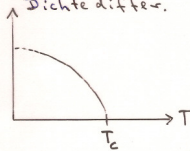


# Potenzgesetze

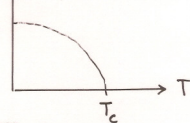
Flüssigkeit/Gas

Ferromagnet

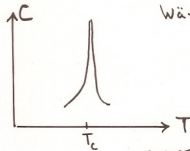
Dichte differ.



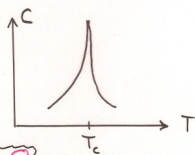
Magnetisierung



$$\sim (T_c - T)^{\beta}$$



Wärme kap.



$$\sim |T_c - T|^{-\alpha}$$

$\alpha, \beta, \dots$  : "kritische Exponenten"

Welche Werte haben die kritischen Exponenten?

Wovon hängen sie ab? Substanzabhängig?

Überraschungen

kritische Exponenten aller Flüssigkeiten:

gleich:  $\alpha = 0.11\dots$  ,  $\beta = 0.32\dots$

(univariak) Ferromagnete: **gleiche Exponenten**

Exakte (!) Vorhersage :

Universalität kritischer Exponenten:

Materialunabhängige Naturkonstanten

von Vielteilchensystemen

Theoretische Begründung (Nobelpreis 1982):

Allgemeingültiger Mechanismus bei  $T_c$

→ Renormierungsgruppentheorie

## Weitere Vorhersagen der Renormierungsgruppen-Theorie:

### Beispiele:

- ▶ Amplituden  $A_+$  und  $A_-$  der spezifischen Wärme:

$$C(T) = A_{\pm} |t|^{-\alpha}, \quad t = (T - T_c)/T_c$$

$$\text{Amplitudenverhältnis } \frac{A_+}{A_-} = \text{universell}$$

- ▶ Skalenform der Zustandsgleichung ( Magnetisierung ) :

$$M(t, h) = |t|^{\beta} f_{\pm}(h \cdot |t|^{-\Delta})$$

$$\text{"Skalenfunktion" } f_{\pm}(x) = \text{universell}$$

# d,n Universalitätsklassen

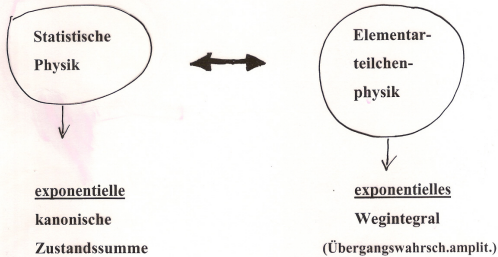
| Universalitätsklasse                    | Ordnungsparameter                                                                        | System                                             |
|-----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| n=1                                     | Magnetisierung $M_z$                                                                     | Uniaxiale Magnete, Ising-Modelle                   |
| skalarer<br>Ordnungsparameter           | (parallel zur Anisotropieachse)<br>Dichtedifferenz $\rho_l - \rho_g$                     | alle Flüssigkeiten                                 |
| n=2                                     | Magnetization $M = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix}$                             | planare Magnete, XY-Modelle<br>(Rotationssymmetry) |
| zwei-komponentiger<br>Ordnungsparameter | (senkrecht zur Anisotropieachse)<br>komplexe Wellenfunktion<br>$\psi = \psi_1 + i\psi_2$ | superfluides $^4\text{He}$                         |

**Vorhersage der Renormierungsgruppentheorie:**  
für alle Systeme in derselben Universalitätsklasse:  
dieselben

kritischen Exponenten,  
Amplitudenverhältnisse ,  
Skalenfunktionen

Vorsicht: gilt nicht uneingeschränkt für **anisotrope** Systeme  
[V.Dohm, Phys.Rev.E77, 061128(2008)]

## Methodische Analogie



$$Z = \sum_{\{\sigma\}} e^{-H/k_B T}$$

(Boltzmann)

$$K_{12} = \int_1^2 \mathcal{D}x \, e^{\frac{i}{\hbar} \int L \, dt}$$

(Feynman)

Gemeinsame Methode :

Renormierungstheorie

Korrelations-  
längen

(Massen)<sup>-1</sup>

Experimenteller Test  
der  
Vorhersage der Universalität

---

ist  
Test einer fundamentalen Theorie  
der Physik:

**"Renormierungsgruppentheorie"**  
(K.G. Wilson, Nobelpreis 1982)

große Bedeutung in vielen  
Bereichen der Physik:

Statistische Physik

Elementarteilchenphysik

Turbulenz, Hydrodynamik

Festkörperphysik, Polymerphysik

∞ viele Freiheitsgrade in WW

## Experimenteller Test der Universalität

Messung von  $\alpha$ ,  $\beta$ , ...

- a) bei verschiedenen Ferromagneten
- b) bei verschiedenen Flüssigkeiten

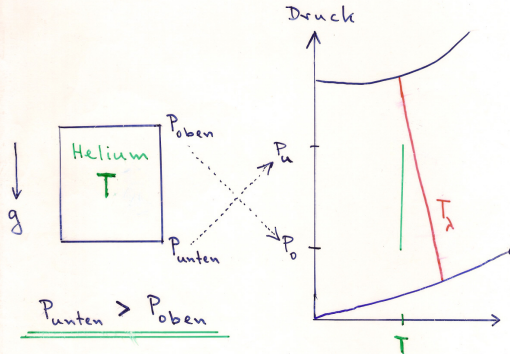
Ungenau wegen

- a) Kristalldefekten
- b) Inhomogenität infolge Gravitation

## Problem durch Gravitation

g

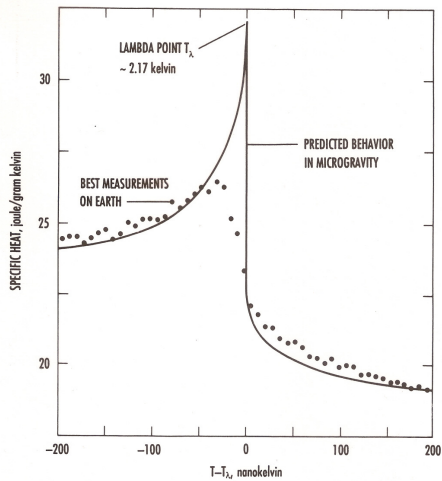
Schwerkraft verursacht Druckunterschied



Unschärfe im Temperaturabstand von  $T_\lambda$   
⇒ Messungenauigkeit

⇒ Gravitationsbedingte Abrundung

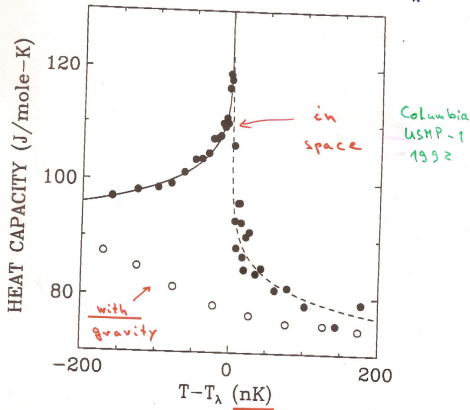




$$C = A^+ \cdot \left| \frac{T - T_\lambda}{T_\lambda} \right|^{-\alpha}$$

Bulk specific heat near  $T_\lambda$   
 [Lipa et al., Phys. Rev. Lett. (1996)  
 Phys. Rev. E (2003)]

Bulk specific heat near  $T_\lambda$



$$C = A^+ |T - T_\lambda|^{-\alpha} + B$$

$$\alpha = -0.0127 \pm 0.0003, \quad \frac{A^+}{A^-} = 1.053 \pm 0.002$$

Most accurate experim. result in cond. mat. ph.

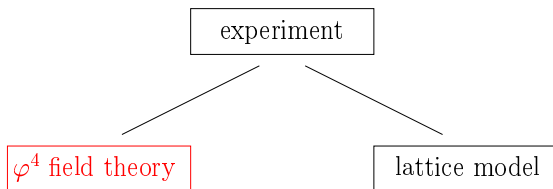
# Experiment in space:

Space shuttle "Columbia" in earth orbit:

$$\alpha = -0.0127 \pm 0.0003$$

$$\frac{A_+}{A_-} = 1.053 \pm 0.002$$

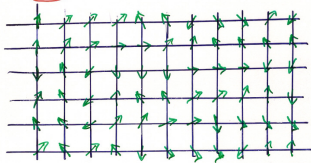
Test of RG theory and of universality:



Impact on theoretical physics

$n=2$  universality class

## XY lattice model



$$H = \sum_{\langle ij \rangle} J \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

2-component spins

$$\vec{S}_i = \begin{pmatrix} S_{xi} \\ S_{yi} \end{pmatrix}$$

on lattice points  $i$

$$|\vec{S}_i| = 1$$

Exchange interactions  $J$

between nearest neighbors

Monte Carlo simulations

$n=1$  : Ising model :  $S_i = \pm 1$

# $\varphi^4$ -Theory

$$H = \int d^d x \left[ \frac{r_0}{2} \varphi^2 + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + u_0 (\varphi^2)^2 \right]$$

- ▶ order parameter: fluctuating  $n$ -component vector field  $\varphi(x)$
- ▶ temperature variable:  $r_0 = r_{0c} + b_0 t$ ,  $t = (T - T_C)/T_C$
- ▶ statistical distribution:  $W = \frac{1}{Z} e^{-H/k_B T}$ ,  $Z = \int \mathcal{D}\varphi e^{-H/k_B T}$

## Universality class:

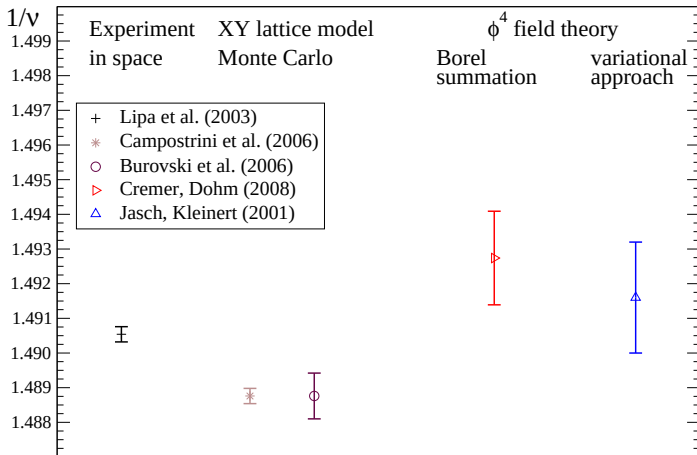
dimension  $d$ , number  $n$  of components of vector  $\varphi$

## Renormalization Group Theory:

- ▶ universal critical behaviour for  $t \rightarrow 0$
- ▶ all critical exponents are universal
  - ▶ same for given  $d, n$
  - ▶ independent of nonuniversal parameters  $b_0, u_0, \Lambda$ .

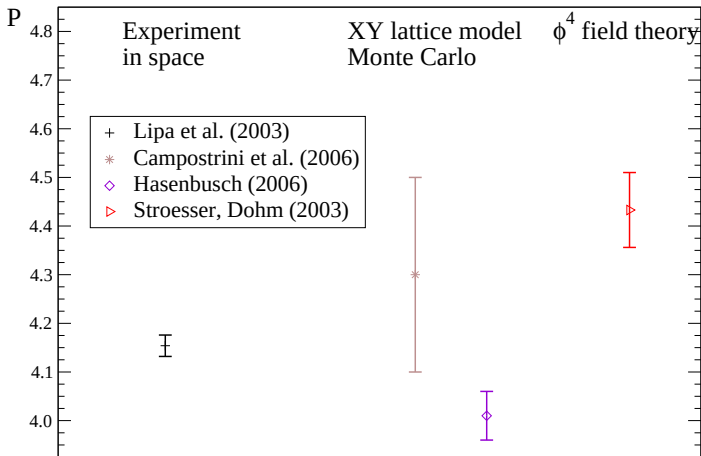
# Kritischer Exponent $\nu$

$$\nu = (2 - \alpha)/3$$



# Universelle Amplitudenkombination P

$$P = \frac{1}{\alpha} \left( 1 - \frac{A_+}{A_-} \right)$$



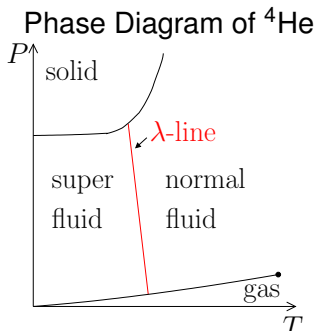
# Schlußfolgerung

- Kritischer Exponent  $\alpha$  und Amplitudenverhältnis  $A_+/A_-$  von  $^4\text{He}$  nur in näherungsweise Übereinstimmung mit Feld-Theorie und Monte-Carlo-Simulationen, ungeklärte Diskrepanzen:

Verletzung der Universalität?

- Wichtige offene Frage:  
Universalität

entlang der  $\lambda$  - Linie of  $^4\text{He}$  ?





# Universalität und Skalenverhalten in endlichen Systemen

Beispiel  $^4\text{He}$  -Film:

Filmdicke  $L$ , reduzierter Temperaturabstand  $t = \frac{T - T_\lambda}{T_\lambda}$

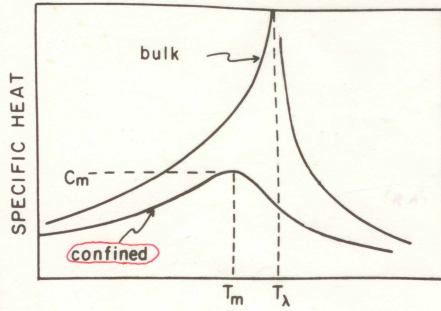
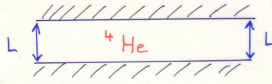
Vorhersage der Renormierungsgruppentheorie:

” Finite-size scaling ”

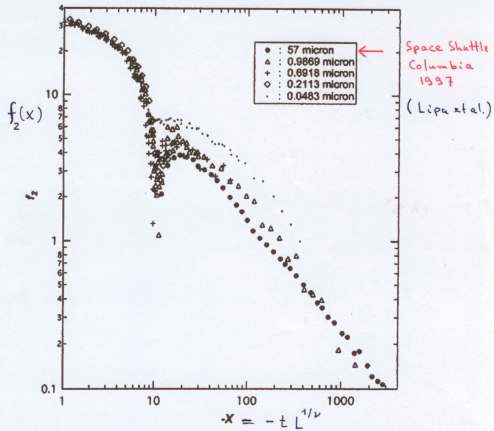
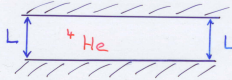
Spezifische Wärme  $C(t, L)$  von  $^4\text{He}$  in Filmgeometrie:

$$C(t, \infty) - C(t, L) = L^{\alpha/\nu} f_2(t \cdot L^{1/\nu})$$

**Vorhersage** : Experimentelle Daten für **verschiedene**  $L$  fallen  
auf eine **einzig**e Kurve beschrieben durch  
**universelle Skalenfunktion**  $f_2(x)$



Bisheriges Experiment unter Mikrogravitation:  
Space Shuttle "Columbia" 1997,  
J.A. Lipa et al., Phys. Rev. Lett. **21**, 4894 (2000)



$$C_{\text{bulk}}(T) - C(T, L) = L^{\alpha/\nu} f_2(\overbrace{t \cdot L^{1/\nu}}^x)$$

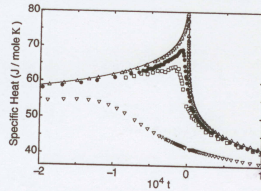
$$t \equiv (T - T_\lambda)/T_\lambda$$

Diskrepanz mit RG - Vorhersage  
für  $|x| \geq 10$

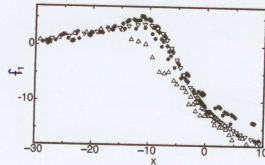
# Zylinder - geometrie



G. Ahlers et al. J Low Temp Phys (2007) 149: 209-221



$L =$   
8.2,  
1.9,  
1.0,  
0.26,  
 $\mu\text{m}$

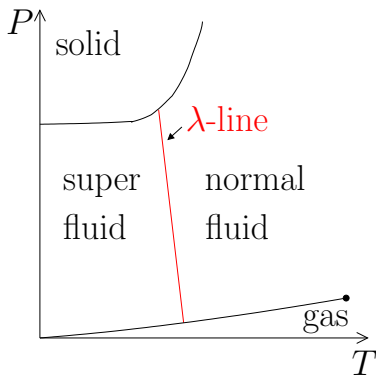


$$C(t, L) - C(t_0, L) = L^{\alpha/\nu} f_1(t L^{1/\nu})$$

Skalenfunktion  $f_1(x)$

$$t_0 = (\xi_0 / L)^{1/\nu}$$

# Dynamik: Wärmetransport in flüssigem $^4\text{He}$



$T > T_\lambda$ : Wärmediffusion, **homogener** Zustand

$T < T_\lambda$ : Wärmekonvektion, **inhomogener** Zustand  
(superfluider Gegenstrom)

# Zusammenfassung

- ▶ Kritischer Exponent  $\alpha$ , Amplitudenverhältnis  $A_+/A_-$  und Finite-size-Skalenfunktion von  $^4\text{He}$  nur in näherungsweise Übereinstimmung mit Feld-Theorie und Monte-Carlo-Simulationen, ungeklärte Diskrepanzen:

Verletzung der Universalität?

Verletzung des Skalenverhaltens für endliche Systeme?

- ▶ Wichtige offene Frage:  
Universalität

entlang der  $\lambda$  - Linie von  $^4\text{He}$  ?

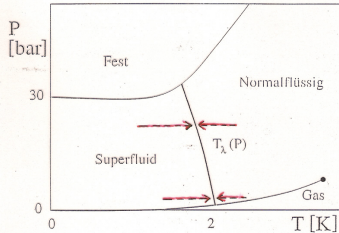
- ▶ Ausblick:

Zukünftige Experimente unter Mikrogravitation entlang der  $\lambda$ -Linie von  $^4\text{He}$  ?

Bereits von NASA geplant und gefördert  
(aber wegen Mars-Mission auf Eis gelegt):

"Superfluid Universality Experiment" (SUE)

Phasendiagramm  $^4\text{He}$



Geplant:

**Superfluid Universality Experiment** auf der ISS:

Superfluide Dichte:  $\rho_s = A_\rho |T - T_\lambda|^{\nu}$

Spezifische Wärme:  $C = A^\pm |T - T_\lambda|^{-\alpha}$

für verschiedene Drücke  $P$  entlang der  $\lambda$ -Linie von  $^4\text{He}$   
und versch. Konzentrationen  $c_3$  von  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Mischungen

**universelle** kritische Exponenten  $\nu, \alpha$

exakte Relation:  $2 - \alpha = 3\nu$

**universelle** Amplitudenverhältnisse

$$\frac{A^+}{A^-}, \frac{A_\rho}{(A^-)^{1/3}}$$

unabhängig von  $P$  und  $c_3$  ?



# Phasendiagramm: $^3\text{He} - ^4\text{He}$ Mischung

