

Die Rolle der Staubkoagulation bei der Planetenentstehung

– Coulomb-dipolinduzierte Gelierung im besonderen –



Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Felicitas F. C. Mokler
aus München

1. Gutachter: Prof. Dr. Gregor Morfill
2. Gutachter: Prof. Dr. Andreas Burkert

Datum der mündlichen Prüfung: 12.7.2007

Man muß noch Chaos in sich haben, um einen tanzenden Planeten zu gebären.

- frei nach Friedrich Nietzsche -

Kurzfassung

Die Aufenthaltsdauer von Staub in protoplanetaren Scheiben ist zeitlich begrenzt, da die Staubmaterie durch Reibung mit dem Gas an Drehimpuls verliert und auf das Zentralgestirn driftet. In einer turbulenten Scheibe geschieht dies in Zeitspannen, die kürzer sind, als die typischen Wachstumszeitskalen von Staub hin zu Planetesimalen, so daß nicht mehr ausreichend Staubmaterie zur Planetenbildung zur Verfügung steht.

Diese Zeitskalenproblematik wird in der vorliegenden Arbeit anhand eines konvektiv-turbulenten Scheibenmodells ausführlich diskutiert. Da eine globale Sichtweise der Staubentwicklung erwünscht ist, wird einem analytischen Modell gegenüber einem numerischen der Vorzug gegeben. Es werden die hydrodynamischen Gleichungen in radialer und vertikaler Richtung unabhängig voneinander für Bedingungen in einer protoplanetaren Scheibe weitestgehend gelöst und im Grenzfall analytische Näherungen vorgeschlagen. Die Einführung einer stationären Lösung für die vertikale Verteilung der Staubmaterie ermöglicht es, eine Verbindung zwischen theoretischem Modell und beobachtbaren Größen wie Akkretionsrate und Opazität herzustellen.

Um das Problem der Wachstumszeitskalen zu lösen, wird erstmals die Fragestellung diskutiert, ob die Aufladung von Staub den Wachstumsprozeß in protoplanetaren Scheiben beschleunigen kann. Bei den bisherigen Rechnungen zur Staubkoagulation wurde allein der geometrische Koagulationsquerschnitt berücksichtigt.

In Experimenten zum Wachstum von geladenen Staubpartikeln, die im Vorfeld dieser Dissertation in Zusammenarbeit mit dem MPE unter den Bedingungen der Schwerelosigkeit auf der Internationalen Raumstation durchgeführt wurden, wurde erstmals der Effekt der Coulomb-dipolinduzierten Gelierung (einer Art Runaway-Wachstum) von Staub nachgewiesen. In einem System mikropshärischer, zu gleichen Teilen negativ und positiv geladener Staubpartikel bilden sich dabei innerhalb weniger Sekunden sog. Runaway-Agglomerate, die $\sim 10\%$ der Gesamtmasse des Systems enthalten. Die Auswertung einiger dieser Experimente ist ebenfalls Bestandteil dieser Arbeit.

Basierend auf den Ergebnissen dieser Experimente wird überprüft, inwieweit die Bedingungen in einer protoplanetaren Scheibe für Coulomb-dipolinduzierte Gelierung von Staub gegeben sind. Dabei wird ersichtlich, daß durch diesen neuen Wachstumsprozeß das Staubwachstum in bestimmten Regionen der jungen protoplanetaren Scheibe deutlich vorangetrieben werden kann. Durch das Zusammenwirken von beschleunigtem Staubwachstum und der dadurch bedingten Änderung der Opazität verändern sich die turbulenten Eigenschaften der Scheibe. Zum einen führt dies zur Sedimentation von Staub, so daß sich in der Mittelebene eine dichte Staubschicht herausbildet, die gravitativ instabil werden kann. Zum anderen wird weitere Akkretion unterbunden, so daß ausreichend Staubmaterie für die folgenden Schritte der Planetenentstehung erhalten bleibt. Damit wird in dieser Arbeit ein Weg zur Überwindung der Problematik der Wachstumszeitskalen bei der Planetenentstehung aufgezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Protoplanetare Scheibe	11
2.1	Grundannahmen für die Protoplanetare Scheibe	11
2.2	Die Gasscheibe	12
2.3	Der Staubanteil	21
2.3.1	Radialer Aufbau und Staubbynamik	24
2.3.2	Sedimentation und vertikale Struktur	31
2.3.3	Effektive Skalenhöhen und optische Dicke	35
3	Coulomb-dipolinduzierte Gelierung	37
3.1	Theorie des Staubwachstums	37
3.2	Das Experiment auf der Raumstation	39
3.2.1	Experimentaufbau und Versuchsdurchführung	40
3.2.2	Auswertung des Bildmaterials	40
3.2.3	Intensitäts- und Masseverteilung	43
3.2.4	Teilchenaufladung und Ladungs-(Masse)-Verteilung	45
4	Anwendung der Ergebnisse auf Protoplanetare Scheiben	49
4.1	Mechanismen der Staubaufladung	49
4.2	Gelierungsbedingungen in der gesamten Scheibe in frühen Stadien . .	51
4.3	Konsequenzen von ladungsinduziertem Staubwachstum in Sublimati- onsregionen	57
5	Zusammenfassung und Ausblick	62
	Anhang A	63
	Anhang B	65
	Literatur	66
	Danksagung	74

Abbildungsverzeichnis

1	Aktueller Stand bekannter extrasolarer Planeten	8
2	Aufnahme einer protoplanetaren Scheibe	9
3	Koordinatensystem in der PPS	12
4	Scheibenparameter 1	15
5	Scheibenparameter 2	16
6	Scheibenparameter 3	18
7	Schema: Staub in Turbulenzelement	22
8	mittlere Relativgeschwindigkeit von Staub	23
9	Staubdichteverteilung	25
10	Radialdrift des Staubes 1	26
11	Radialdrift des Staubes 2	27
12	Staubwachstum während radialer Drift	29
13	unterbrochenes Staubwachstum an Eissublimationsgrenze	31
14	Relative, vertikale Gas- und Staubdichteverteilung	34
15	Versuchsaufbau von PKE-Nefedov	41
16	Staubpartikel in der Kammer	42
17	Runaway-Agglomerate	44
18	Intensitäts-/Masseverteilung	45
19	Frequenzspektrum	46
20	Phasenspektrum	47
21	Lenardeffekt, Findeiseneffekt, Elster-Geitel-Effekt	50
22	Oberflächenladung bei Gelierung in PPS	52
23	Gelierungszeitskala in PPS	53
24	Agglomeratmasse nach Gelierung	55
25	Agglomeratgröße nach Gelierung	56
26	Agglomeratgröße nach Gelierung und Verdichtung	60

Tabellenverzeichnis

1	Lebensdauer einer PPS	30
2	Experimentparameter	43

1 Einleitung

Erste präzise Beobachtungen der Planeten im Sonnensystem wurden dank der Erfindung des Galileischen Fernrohrs im 17. Jahrhundert ermöglicht und so auch bald einer breiteren Öffentlichkeit zugänglich. Nahezu parallel hierzu erfolgten die Ausarbeitung der theoretischen Grundlagen der Himmelsmechanik durch Johannes Kepler sowie die mathematische Auslegung der Gravitationstheorie durch Sir Isaac Newton. Vor diesem Hintergrund neuen revolutionären Wissens in enger Verbindung mit dem Gedankengut der Aufklärung gelang es Immanuel Kant, die Hypothese der Existenz extrasolarer Sonnen- bzw. Planetensysteme aufzustellen [1]. Damit einher ging die Fragestellung nach der Entstehung solcher Systeme im allgemeinen. Kant [1] und Laplace [2] führen als Entstehungsstätte den präsolaren Nebel ein, welcher anfangs jenen Raum um die Sonne ausgefüllt haben soll, in welchem sich heute die Planeten befinden.

Das Modell des präsolaren Nebels (- später auch als *protoplanetare Scheibe* bezeichnet -) wurde Mitte des 20. Jahrhunderts von [3] aufgegriffen und in Form einer konvektiv-turbulenten, um den Mutterstern rotierenden Gasscheibe physikalisch fundiert beschrieben [4, 5]. In der protoplanetaren Scheibe enthaltener Staub sollte durch Kondensation anwachsen und im Laufe der Zeit zur Entstehung der Planeten führen. Die Staubwachstumshypothese wurde später vor allem von [6] und [7] modifiziert und weiterentwickelt. Demnach bleiben Staubteilchen beim Aufeinandertreffen aneinander haften und koagulieren so zu immer größeren Aggregaten. Mit fortschreitender Größe beginnt der Staub zu sedimentieren, und es erhöht sich die Dichte in der Mittelebene der protoplanetaren Scheibe. Dort kommt es dann zu gravitativen Instabilitäten der Staubphase und es bilden sich rasch Planetesimale (Aggregate von einigen km Durchmesser) und schließlich auch Planeten heraus.

Empirisch stand aber langezeit nur unser eigenes Sonnensystem zur Beobachtung zur Verfügung. So waren die theoretischen Modelle zur Planetenentstehung geprägt von den solaren Gegebenheiten [8, 9]. Ein umfassenderer Ansatz zur Theorie der Planetenentstehung stand noch im Anfang. [10, 11, 12] behandelten noch vor der Entdeckung extrasolarer Planeten erstmals ausführlicher die Entstehung von Planeten um Sterne unterschiedlicher Masse anhand von Wachstumszeitskalen und Lebensdauern von protoplanetarer Scheibe und Mutterstern.

Erst die Entwicklung leistungsstarker, hoch lichtempfindlicher Teleskope und Spektrographen in den letzten Dekaden öffnete den Blick über die Grenzen des eigenen Planetensystems hinaus. Eine erste systematische Suche nach jupiterartigen Riesenplaneten um sonnenähnliche Hauptreihensterne bei einem Abstand von $\sim 10AU$ blieb zunächst erfolglos [13]. Die Entdeckung der ersten extrasolaren Planeten in einem Neutronensternsystem geschah überraschend [14, 15], handelte es sich hierbei doch um recht exotische Zentralobjekte. Andererseits ähneln jene Neutronensternsysteme dem solaren System auf erstaunliche Weise, indem ihre Planetenbahnen ebenfalls extrem niedrige Exzentrizitäten aufweisen. Die Entdeckung des ersten extrasolaren „Jupiters“ im System *51Pegasi* [16] mit einer Umlaufperiode von wenigen

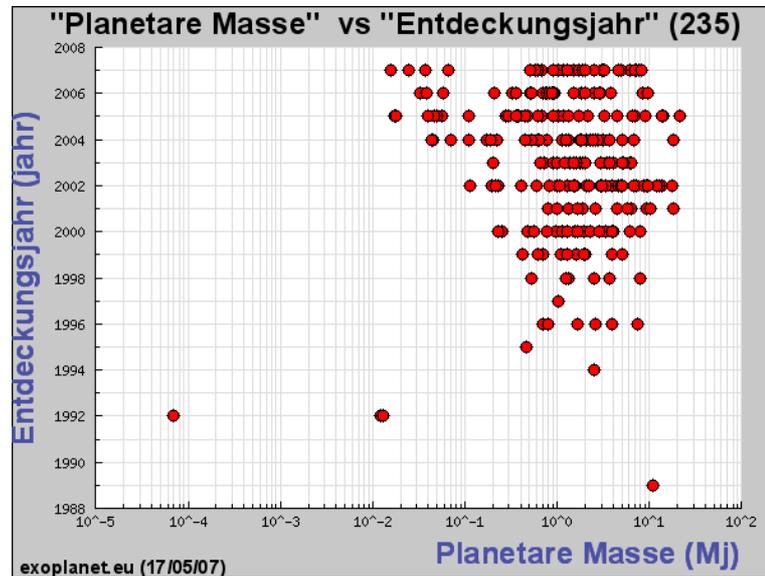


Abbildung 1: Derzeitiger Stand der bekannten extrasolaren Planeten. Die Entdeckungen erfolgten über die Radialgeschwindigkeitsmethode, Transitmethode, direkte Beobachtung und Mikro-Gravitationslinseneffekt; aus [24].

Tagen um einen Hauptreihenstern stellte den damaligen Stand der theoretischen Forschung zur Planetenentstehung ein weiteres Mal in Frage.

Mittlerweile sind 212 extrasolare Planeten bekannt (s. Abb. 1). Der Nachweis gelang in den meisten Fällen bisher jedoch nur indirekt durch Transit- und Radialgeschwindigkeitsmethode, vereinzelt auch durch den Mikrogravitationslinseneffekt (vier Objekte, s. [17, 18, 19, 20]). Nur zwei Planetenkandidaten konnten durch direkte bildgebende Verfahren beobachtet werden (*GQ lupi* und *2MASSWJ1207334-393254*, s. [21, 22, 23]). Die über die Radialgeschwindigkeitsmethode ermittelten Mindestmassen der extrasolaren Planeten liegen zwischen 0.02 und 10 Jupitermassen. Dabei weichen viele der extrasolaren Planetensysteme um sonnenähnliche(re) Muttersterne in ihren Eigenschaften erheblich von den aus unserem eigenen Sonnensystem bekannten ab. So sind die Bahnexzentrizitäten meist größer. Auch finden sich massereiche Gasplaneten sehr viel näher am Stern als im Sonnensystem [24].

Ebenfalls vorangetrieben durch die neuen Beobachtungsmöglichkeiten wurde das Studium junger Objekte insbesondere in der Taurus- und der Orion-Region aber auch in verschiedenen anderen Sternentstehungsgebieten. So konnten um zahlreiche T Tauri- und Herbig-Sterne in diesen Regionen Staubscheiben nachgewiesen werden, die günstige Bedingungen für die Planetenentstehung liefern [25, 26, 27, 28]. Ein besonders beeindruckendes Beispiel einer protoplanetaren Scheibe zeigt die kürzlich mit dem Subaru-Teleskop gewonnene Infrarotaufnahme der Staubscheibe um den Herbig-Stern HD 142527 [29, 30] (Abb. 2).

Diese Entdeckungen der letzten Dekaden ließ auch die Theorie der Planetenentste-

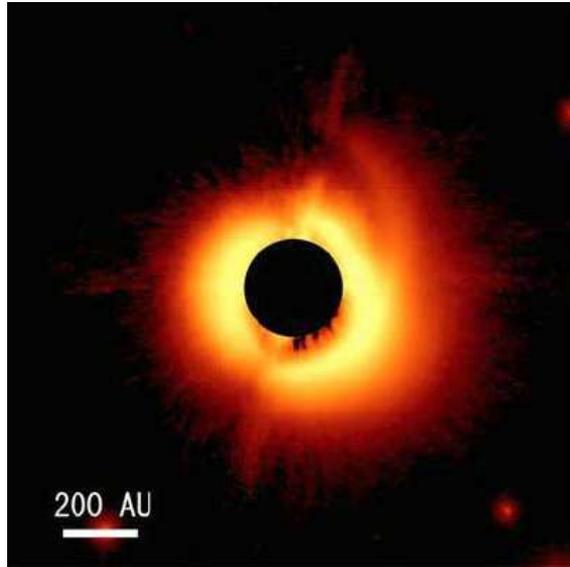


Abbildung 2: *Protoplanetare Scheibe, aufgenommen mit dem Subaru-Teleskop, Mauna Kea, Hawaii. (Falschfarbendarstellung der Infrarotstrahlung; der Zentralbereich, in dem sich der Mutterstern befindet, ist durch einen Koronographen abgedeckt.) Als Ursache für die asymmetrische Struktur wird ein unsichtbarer Begleiter oder eine kürzliche Begegnung mit einem anderen Stern vermutet [29, 30]. (Bildquelle: [31])*

hung einen Aufschwung erleben. Inzwischen wird bei der theoretischen Beschreibung der Entwicklung protoplanetarer Scheiben vor allem zwischen zwei Betrachtungsweisen unterschieden: Mit sogenannten Fragmentationsmodellen wird die Entstehung von Riesenplaneten durch gravitative Instabilitäten und resultierenden Kollaps der Gasfragmente in einer massereichen Scheibe erklärt [32, 33]. Die Entstehung erdähnlicher Planeten wird dagegen bevorzugt durch Staubwachstumsmodelle beschrieben [34, 35, 36]. Dabei wird der Staub während vertikaler Drift und Sedimentation umverteilt und wächst, wie schon oben erwähnt, zunächst durch Kollisionen und später durch gravitatives Runaway-Wachstum. Die so geformten massereichen Planetesimale sind dann ebenfalls im Stande, Gas zu akkumulieren. Daher gibt es Bestrebungen, beide Modelle zu kombinieren [7, 32, 9, 37]. Für die solaren Gasplaneten haben Modellrechnungen ergeben, daß sie einen festen Kern von $\sim 10M_{\oplus}$ besitzen [38, 39, 40]. Diese Berechnungen orientieren sich teilweise an Messungen zur Temperaturleitfähigkeit der Planetenatmosphären. Für die Hypothese, daß massereiche Gasplaneten einen soliden Kern besitzen, würde auch der Befund sprechen, daß (extrasolare) Planeten bisher vor allem in Sternregionen der Population II beobachtet wurden [41, 42]. Dieser Sachverhalt ist aber möglicherweise auch auf Auswahl Effekte bei der beobachteten Stichprobe zurückzuführen [43] (und Referenzen darin). In Gebieten der Population II ist die Materie mit schwereren Elementen angereichert, was die Bildung von Staub erst ermöglicht.

Dennoch sind bis heute einige wichtige Fragen der Bildung von Planeten unbeantwortet geblieben. Eine zentrale Rolle bei der Planetenentstehung spielen die Zeitskalen innerhalb derer das Staubwachstum stattfindet. Die Aufenthaltsdauer von Staub in protoplanetaren Scheiben ist zeitlich begrenzt, da die Staubmaterie durch Reibung mit dem Gas an Drehimpuls verliert und auf das Zentralgestirn driftet. In einer konvektiv-turbulenten Scheibe geschieht dies in Zeitspannen die kürzer sind, als die typischen Wachstumszeitskalen, so daß nicht mehr ausreichend Staubmaterie zur Planetenbildung zur Verfügung steht. Dieser Sachverhalt wird ausführlich in Kap. 2 dieser Arbeit diskutiert.

– Nun ist es ja vielmehr die elektromagnetische Wechselwirkung als die Gravitation, welche der Erfahrung nach unser alltägliches Leben bestimmt. Auch wenn man sich dessen oft gar nicht bewußt ist. So ist es jene Wechselwirkung, welche die Welt im innersten zusammen – oder besser: auseinander hält. Und: Ebendiese Welt befindet sich in der Nähe von $1AU$ eines Muttersterns, – der Sonne –, in deren Umgebung sie, angefangen in einer protoplanetaren Scheibe, alle Entwicklungsstadien hin zum Planeten Erde durchlaufen hat. Sicher mögen sich einige physikalische Bedingungen wie Dichte der Materie und Temperatur im Laufe der Entwicklung etwas verändert haben.

Dennoch: Ist es daher nicht umso erstaunlicher, daß dieser wichtigen Wechselwirkung bei der Betrachtung der Planetenentstehung bisher nahezu keine Bedeutung zugemessen wurde? So wurde in dieser Dissertation die Fragestellung aufgegriffen, welche Rolle die elektrische Wechselwirkung bei der Staubkoagulation in einer protoplanetaren Scheibe spielt.

In Kap. 3 werden nach einer kurzen Erläuterung der Theorie des Staubwachstums anhand der Smoluchowski-Gleichung die Experimente besprochen, die zum ladungsinduzierten Staubwachstum auf der Internationalen Raumstation in dieser Arbeitsgruppe durchgeführt wurden. Dabei wurde erstmals der Effekt der Coulombdipolinduzierten Gelierung nachgewiesen.

In Kap. 4 wird überprüft, inwieweit die Bedingungen in einer protoplanetaren Scheibe für dipolinduzierte Gelierung von Staub gegeben sind. Es kann gezeigt werden, daß durch diesen neuen Wachstumsprozeß das Staubwachstum in bestimmten Phasen und Regionen deutlich vorangetrieben werden kann. Durch das Zusammenwirken von beschleunigtem Staubwachstum in der jungen Scheibe und der dadurch bedingten Änderung der Opazität verändern sich die turbulenten Eigenschaften der Scheibe. Zum einen führt dies zur Sedimentation von Staub, so daß sich in der Mittelebene eine dichte Staubschicht herausbildet die gravitativ instabil werden kann. Zum anderen wird weitere Akkretion unterbunden, so daß ausreichend Staubmaterie für die weiteren Schritte der Planetenentstehung erhalten bleibt.

Abschließend folgt eine kritische Betrachtung der Arbeit und ein Ausblick mit Forschungsvorschlägen zur Weiterführung der hier angesprochenen Aspekte zum ladungsinduzierten Staubwachstum in protoplanetaren Scheiben.

2 Modell einer Protoplanetaren Scheibe

In diesem Kapitel wird das dieser Arbeit zugrundeliegende Modell einer protoplanetaren Scheibe definiert. Seine Gültigkeit bezieht sich auf gewöhnliche protoplanetare Scheiben, wie sie aus der Beobachtung um junge Sterne geringer bis mittlerer Masse, also die sonnenähnlichen T Tauri Sterne ($M = 0.3...2M_{\odot}$) sowie Herbig-Sterne ($M = 3...10M_{\odot}$) [25, 26, 27, 28, 29, 30], aber mitunter auch um Objekte substellarer Masse wie Braune Zwerge [44, 45] zu finden sind. Zur Beschreibung von Akkretionsscheiben um massereiche Sterne oder ältere und exotische Objekte wie Weiße Zwerge, Neutronensterne und Schwarze Löcher sind andere physikalische Gesetzmäßigkeiten zu berücksichtigen.

In der Fachliteratur zur Beschreibung protoplanetarer Scheiben (im folgenden PPS) sind sowohl analytische als auch numerische Modelle zu finden. In der aktuellen Forschung zeichnet sich jedoch eine starke Tendenz hin zu numerischen Berechnungen ab [46, 47, 48, 49, 50, 51]. Diese Arbeiten konzentrieren sich meist auf Teilaspekte, welche dafür ausführlicher behandelt werden. Vor allem wird meist nur eine Dimension - bevorzugt die vertikale - betrachtet. In einigen Arbeiten wird zusätzlich Strahlungstransport eingearbeitet, um die SED mit Beobachtungen zu vergleichen [47, 52, 53]. Auch werden unterschiedliche Arten von Turbulenzprozessen untersucht [50, 49, 51]. Diese numerischen Modelle liefern zwar rasche, detaillierte Lösungen für einen breiten Parameterraum, deren Näherung aber bleibt oft unkontrollierbar. Analytische Modelle sind zu bevorzugen, wenn eine globalere Betrachtungsweise der PPS erwünscht ist, so auch in dieser Arbeit. Als Grundlage dienen die Vorarbeiten von [4, 54, 55]. In Abs. 2.1 werden die Grundideen und Randbedingungen festgelegt. In Abs. 2.2 und 2.3 werden die hydrodynamischen Gleichungen in radialer und vertikaler Richtung unabhängig voneinander unter den vorgegebenen Bedingungen weitestgehend analytisch gelöst und im Grenzfall analytische Näherungen vorgeschlagen. Anhand dieser Lösungen wird die Problematik der Zeitskalen von Lebensdauer der Scheibe und Staubwachstum diskutiert.

2.1 Grundannahmen für die Protoplanetare Scheibe

Die hier betrachtete PPS wird als räumlich homogen, achsen- bzw. rotationssymmetrisch und symmetrisch zur Mittelebene angenommen. Ferner ist sie als flach anzusehen, d. h. das Verhältnis von Halbwertdicke der Scheibe, h , zu Radius, R , ist $\frac{h}{R} \ll 1$ ($\sim 0.01 - 0.1$). Die Lage der Koordinaten ist in Abb. 3 schematisch dargestellt. Den Hauptbestandteil der in der Scheibe enthaltenen Materie bildet Gas (molekularer Wasserstoff). Zusätzlich sind rund 2% Staub, bestehend aus den schwereren Elementen des Periodensystems wie C, N, O, Fe, Mg und Si enthalten. Damit entspricht der Staubanteil der kosmischen Häufigkeit, $\eta = 0.02$. Die Struktur der Scheibe wird durch die Gesetze der Gravitation, der Thermodynamik und Hydrostatik sowie durch Turbulenz bestimmt. Die Turbulenz bildet die Ursache für die Massenakkretion und trägt damit zur die Energiedissipation in der PPS bei. Bei der

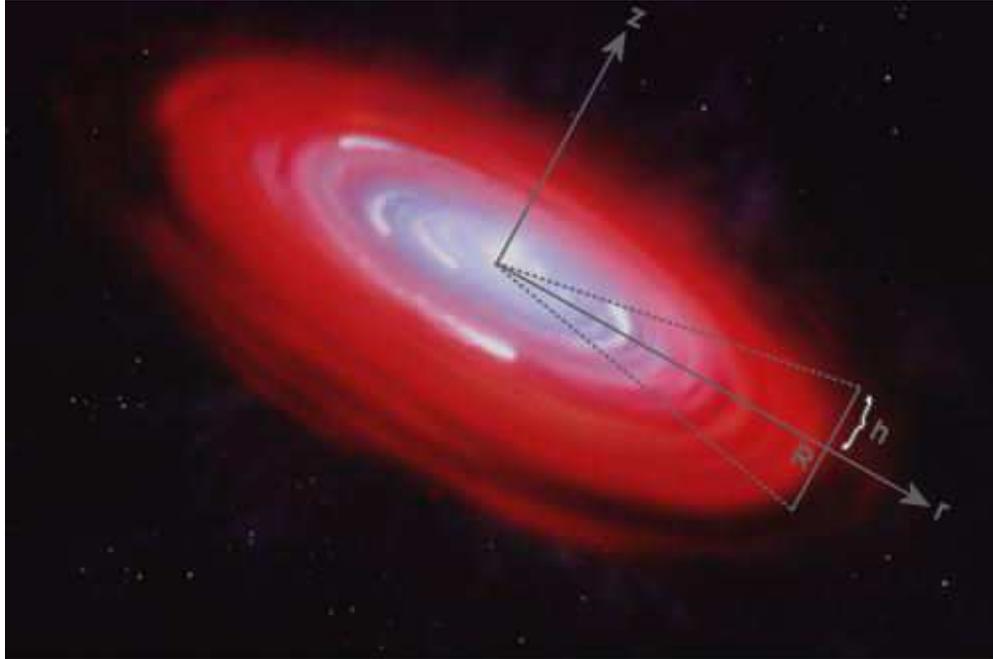


Abbildung 3: *Koordinaten in der protoplanetaren Scheibe. Quelle der künstlerischen Darstellung [56].*

Beschreibung der Dynamik von Gas und Staub finden die Grundgesetze der Hydrodynamik Anwendung. Magnetfelder werden in diesem Modell nicht berücksichtigt.

2.2 Die Gasscheibe

Ferner handelt es sich um eine differentiell rotierende Scheibe, bei welcher im Gegensatz zur starren Rotation zusätzlich zur Zentrifugalkraft eine der Gravitation durch das Zentralgestirn entgegengesetzte Wirkung aufgrund des Druckgradienten im Gas auftritt (Restgravitation) und so zum Kräftegleichgewicht beiträgt. Das ist diejenige Komponente der Gravitation, welche in einem mit dem Gas mitrotierenden System noch meßbar bleibt. Das hydrostatische Gleichgewicht der Gasphase in einer PPS (in der Mittelebene) läßt sich dann folgendermaßen schreiben:

$$\nabla U = -\Omega_g^2 r + \frac{1}{\rho_g} \nabla P_g. \quad (1)$$

$$U = \frac{GM_c}{r^2} \quad (2)$$

U ist dabei das Gravitationspotential des Zentralgestirns der Masse M_c bei einem Abstand r . (Die Masse der Scheibe ist hier vernachlässigbar, da sie entsprechend dem Modell des *minimum solar mass nebula* [8] nur wenige Prozent von M_c beträgt.) Die

Bahngeschwindigkeit, Ω_g , wird je nach Betrag des Gasdruckgradienten etwas geringer ausfallen als die bei demselben Radius zu erwartende Keplergeschwindigkeit, Ω_K . Die Differenz zwischen tatsächlicher Bahngeschwindigkeit und Keplergeschwindigkeit ist jedoch in der Regel vernachlässigbar gering, so daß als nullte Näherung Ω_K verwendet werden kann. ρ_g ist die Gasdichte, P_g der Gasdruck.

Für die radiale Temperaturabhängigkeit in der Scheibe verwenden wir die empirisch ableitbare Beziehung:

$$T_g \sim r^{-1}. \quad (3)$$

Dieses Verhältnis wurde aus der chemischen Zusammensetzung der Planeten unseres Sonnensystems ermittelt [57]. Da verschiedene chemische Verbindungen bei unterschiedlichen Temperaturen aggregieren bzw. diese Moleküle wieder dissoziieren, muß zur Zeit der Entstehung der Planeten eine gewisse Temperaturverteilung geherrscht haben. Auch ist dieser Befund mit dem Akkretionsmodell vereinbar [58, 57, 59]. Unter der Annahme konstanten radialen Massenflusses (genauere Erläuterung s. Abs. *Turbulenz*)

$$\frac{\partial M}{\partial t} = 4\pi r h \rho_g v_r = \text{const.} \quad (4)$$

(mit v_r als radialer Gasgeschwindigkeit) und unter Verwendung der Zustandsgleichungen für ideale Gase,

$$P_g V_g = N_g k T_g, \quad P_g = \frac{1}{\gamma} \rho_g c_g^2 \quad (5)$$

und

$$c_g = \sqrt{\left(\frac{\gamma k T_g}{\mu_g}\right)} \quad (6)$$

lassen sich die radialen Abhängigkeiten für die weiteren Größen wie Druck, P_g , bzw. Druckgradient, Dichte, ρ_g , und Schallgeschwindigkeit, c_g , wie im folgenden aufgeführt, ableiten:

$$\begin{aligned} P_g &\sim r^{-2.5} \\ \frac{\partial P_g}{\partial r} &\sim r^{-3.5} \\ \rho_g &\sim r^{-1.5} \\ \Omega_K &\sim r^{-1.5} \\ c_g &\sim r^{-0.5} \end{aligned} \quad (7)$$

Im übrigen sind N_g die Teilchendichte im Gas, μ_g dessen molekulare Masse, k die Boltzmann-Konstante und $\gamma = 1.4$ das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten.

Legt man die Bedingungen für den Scheibenrand in radialer Richtung fest, lassen sich über die Beziehungen in Gl. 3 bis 7 alle Parameterwerte entlang der Mittelebene der Scheibe berechnen. In den Abb. 4 und 5 sind die Profile der in diesen Gleichungen eingeführten radialen Parameterabhängigkeiten entlang der gesamten Scheibenausdehnung in der Mittelebene aufgetragen. Die Scheibenausdehnung beträgt $100AU$, die Gastemperatur wurde am Rand auf $7K$ festgelegt. Dies entspricht in etwa der Temperatur in dichten Dunkelwolken. Die Masse des Zentralgestirns wurde mit $M_c = 2M_\odot$ an der oberen Massengrenze für T Tauri Sterne gewählt. Die Gasdichte am Rand ist dem Modell aus [54] entnommen.

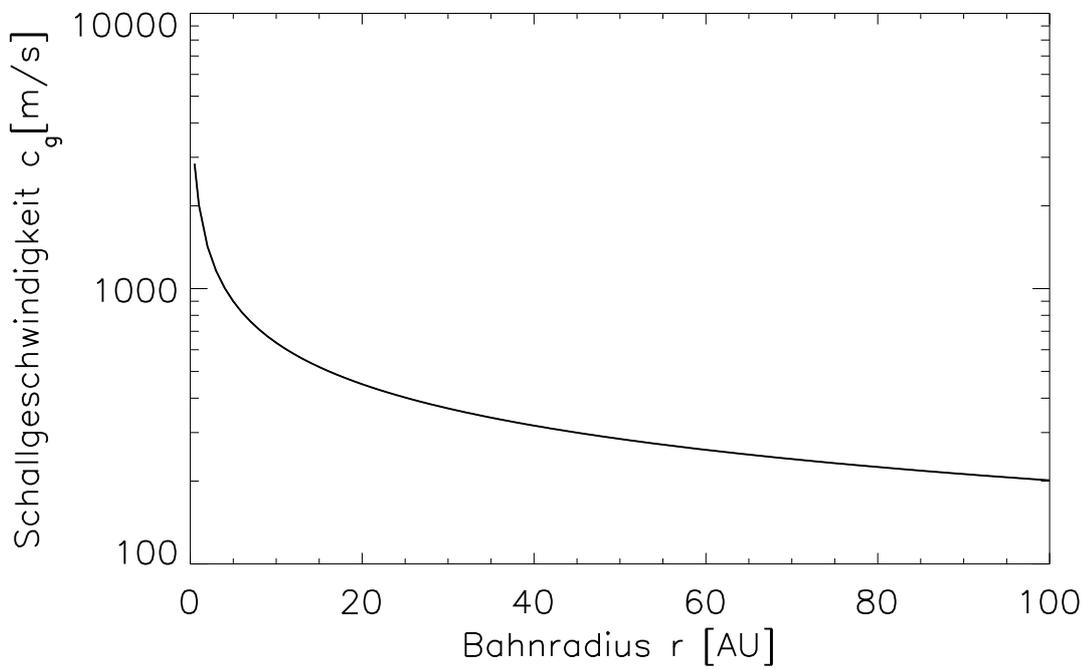
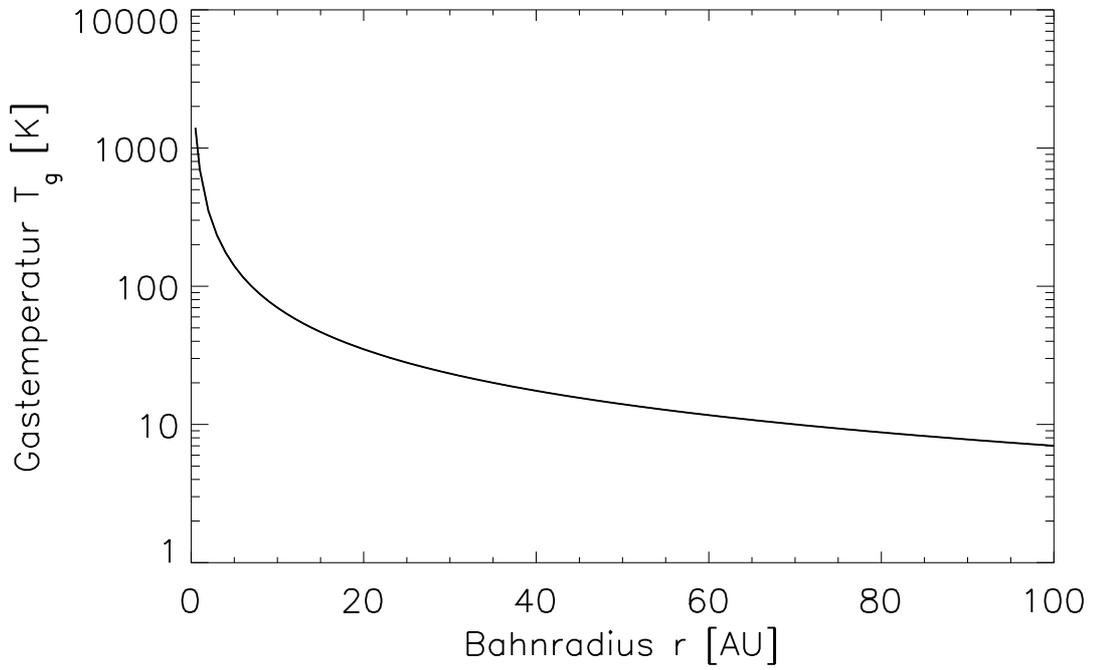


Abbildung 4: Scheibenparameter in Abhängigkeit vom Radius entlang der Mittelebene; Temperatur, T_g , (oben) und Schallgeschwindigkeit, c_g , (unten).

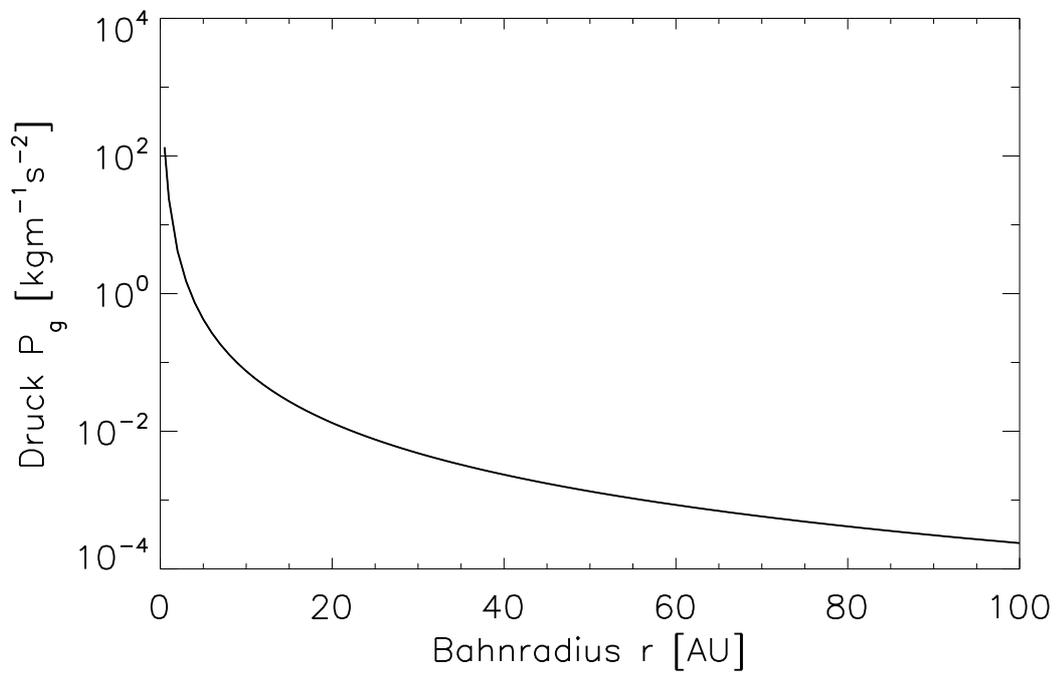
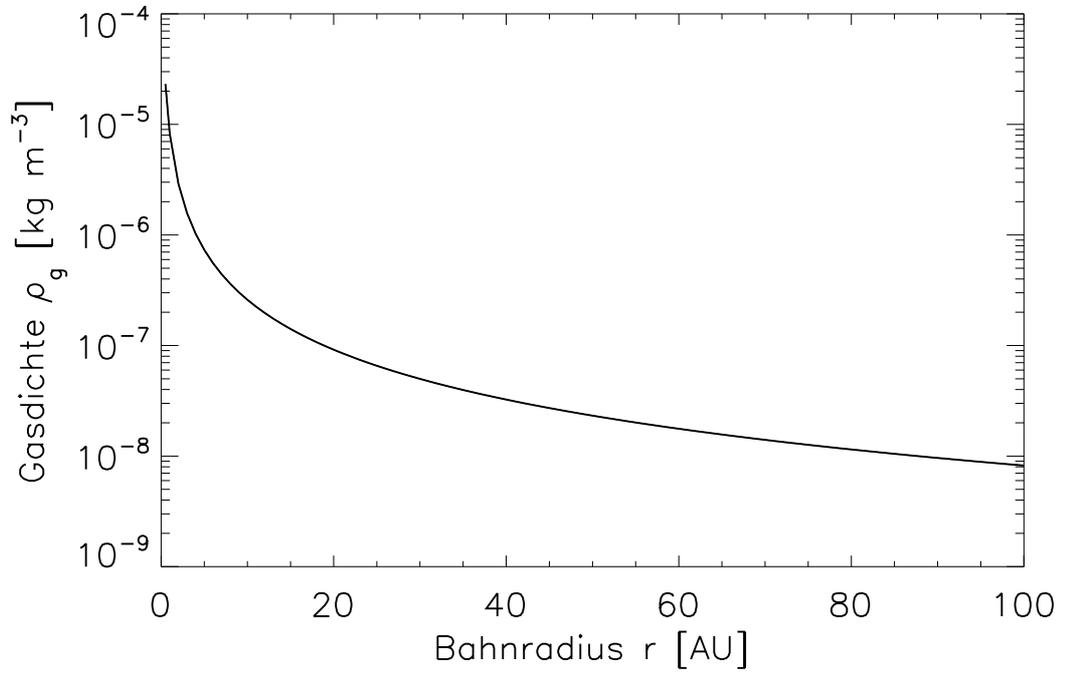


Abbildung 5: Scheibenparameter in Abhängigkeit vom Radius entlang der Mittelebene; Gasdichte, ρ_g , (oben) und Gasdruck, P_g , (unten).

Zum vertikalen Aufbau des Gasmediums führt wieder die Betrachtung des hydrostatischen Gleichgewichts zwischen Gravitation und Gasdruckgradient. Dabei wird angenommen, daß T_g in vertikaler Richtung quasi konstant ist und c_g sich deshalb nur sehr langsam ändert. (Dies sind gute Näherungen, da es sich um eine dünne Scheibe handelt.)

Aus

$$-\frac{GM_c z}{r^3} \rho_g = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\gamma_g} \rho_g c_g^2 \right) \quad (8)$$

erhält man nach Integration die Atmosphärenleichung:

$$\frac{\rho_g}{\rho_{go}} = \exp -\left(\frac{z^2}{h_g^2} \right) \quad . \quad (9)$$

Dabei definiert sich die Gasskalenhöhe, h_g , durch:

$$h_g^2 = \frac{2c_g^2}{\gamma_g} \frac{r^3}{GM_c} \quad . \quad (10)$$

Für ein kleines Verhältnis $\frac{z}{h_g} \ll 1$ kann als Näherung

$$\frac{\rho_g}{\rho_{go}} = 1 - \frac{z^2}{h_g^2} \quad (11)$$

verwendet werden.

Aus Dichteverteilung und Gasskalenhöhe ergibt sich für die Säulendichte:

$$\Sigma_g = 2 \int_0^{h_g} \rho_g(z) dz \quad \text{mit der radialen Abhängigkeit} \quad \Sigma_g \sim r^{-0.5} \quad . \quad (12)$$

Die radialen Verläufe von h_g und Σ_g sind in Abb. 6 abgebildet.

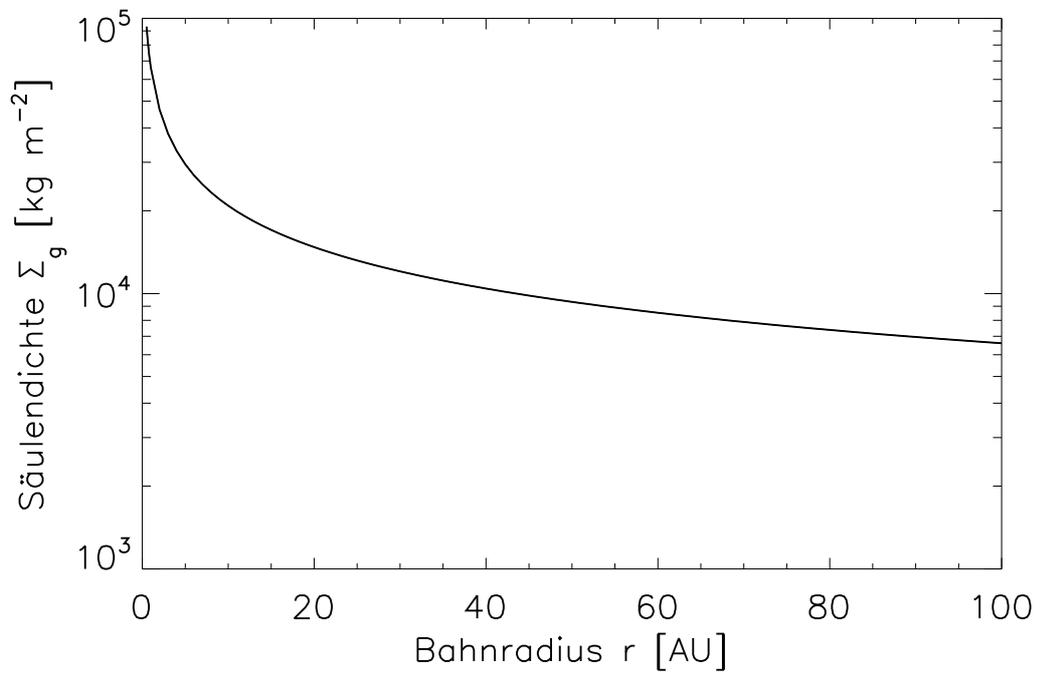
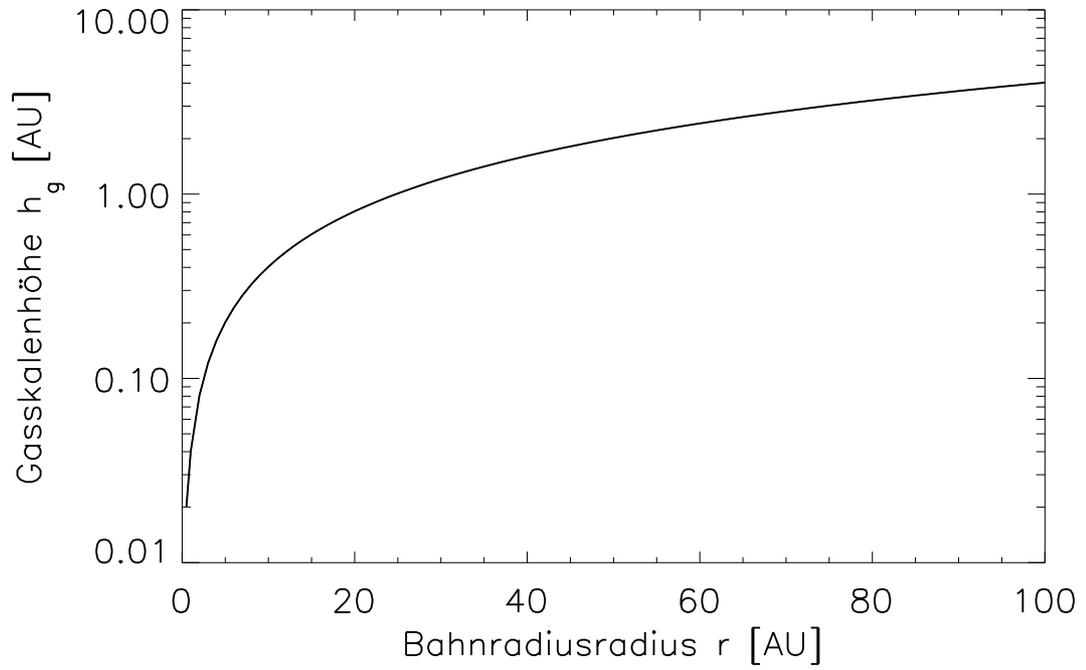


Abbildung 6: Gasskalenhöhe, h_g , in Abhängigkeit vom Radius (oben), sowie Säulendichte, Σ_g (unten).

Turbulenz

Nun gilt es noch dem Phänomen der Turbulenz Rechnung zu tragen. In PPS kann Turbulenz sehr unterschiedliche Ursachen haben: einige davon sind Scherinstabilitäten [60], die Helmholtz-Instabilität [49], und die Magneto-Rotations-Instabilität [51, 61, 48] (auch bekannt als Balbus-Hawley-Instabilität [62, 63]). Im speziellen Fall der Konvektion tritt sie auf, wenn der Temperaturgradient in einem Gas dem Schwarzschildkriterium genügt. Demnach stellt sich durch konvektive Bewegung der Gasmassen ein adiabatischer Temperaturgradient ein, wenn der Temperaturausgleich durch Strahlungstransport ineffektiv wird (vgl. z. B. [59]). Als Arbeitshypothese fließt allein dieser Effekt der Turbulenz als thermischer Energietransport in vertikaler Richtung in unser Modell ein. (Der radiale Energietransport ist in einer dünnen Scheibe vernachlässigbar gering.)

Allgemein kann dieser nichtlineare Prozeß näherungsweise durch die Theorie der Mischungsweglängen beschrieben werden, deren Größenskala durch dieselbe der einzelnen Turbulenzzellen festgelegt ist [64, 65]. Die Größenverteilung der Turbulenzelemente in einem System läßt sich durch ein *Kolmogorovspektrum* (Potenzgesetz) endlicher Breite beschreiben [66]. Das jeweils größte und kleinste Turbulenzelement wird durch die physikalischen Rahmenbedingungen festgelegt. Die Ausdehnung des größten Turbulenzelements richtet sich im Fall der PPS nach deren Halbwertdicke, also der Gasskalenhöhe, $h_g(r)$, an der jeweiligen radialen Position. Daraus definiert sich dann die zugehörige Wellenzahl, k_t , als:

$$k_t = \frac{2\pi}{h_g} = \frac{\Omega_g}{c}. \quad (13)$$

Von Bedeutung sind hier nur die größten Turbulenzelemente, da diese repräsentativ für die umgesetzte Energiemenge sind. Die Größe der kleinsten Turbulenzelemente wird durch die molekulare Viskosität des Mediums bestimmt. Werden intrinsische und turbulente Viskosität vergleichbar in ihrem Wert, so löst sich die Turbulenz auf. Diese zusätzliche Viskosität, ν_t , welche das Gas durch die Turbulenz erhält, wird durch Schallgeschwindigkeit und Keplergeschwindigkeit des Gases mitbestimmt und ist:

$$\nu_t = \frac{1}{3}\alpha \frac{c_g^2}{\Omega_g} \sim r^{0.5}. \quad (14)$$

Die Konstante α wurde ursprünglich zur Beschreibung von turbulenten Akkretionsscheiben um Schwarze Löcher eingeführt [67]. Sie charakterisiert die Effizienz des Drehimpulsübertrags der akkretierten Materie an die in der Scheibe zurückbleibende und kann durch das Verhältnis von turbulenter zu Schallgeschwindigkeit ausgedrückt werden:

$$\alpha = \frac{\langle v_t^2 \rangle^{\frac{1}{2}}}{c_g} \quad (15)$$

mit $\langle v_t^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ als turbulenter Gasgeschwindigkeit (s. [54]). Zwar kann der Turbulenzparameter α über die gesamte PPS hinweg als konstant betrachtet werden [68]. Al-

lerdings wird die Stärke der Turbulenz während der Entwicklung der PPS variieren [69]. Die tatsächliche Stärke von α ist zwar schwierig aus Beobachtungen abzuleiten. In einer PPS handelt es sich aber in der Regel um Unterschallturbulenz, so daß für theoretische Überlegungen $\alpha \ll 1$ festgelegt werden kann.

Eine ebenso nützliche Größe in diesem Zusammenhang ist die turbulente Kohärenzzeit τ_t . Dies ist die Zeitskala für die Dissipation eines Turbulenzelements:

$$\tau_t = \frac{1}{\alpha c_g k_t}. \quad (16)$$

Anmerkungen

Berücksichtigt man nun die Turbulenz im oben aufgeführten Scheibenaufbau, ergeben sich für das hydrostatische Gleichgewicht folgende Konsequenzen: Durch die zusätzliche Viskosität wird das hydrostatische Gleichgewicht gestört und man erhält als Ausgleich einen zusätzlichen Druckterm. Die Gleichungen (2) und (8) werden hierzu durch einen Turbulenzterm erweitert, welcher durch α bestimmt wird:

$$\nabla U = -\Omega_g^2 r + \frac{1}{\rho_g} \nabla (P_g + \frac{1}{\gamma_g} \rho_g \alpha^2 c_g^2) \quad (17)$$

$$-\frac{GM_C z}{r^3} \rho_g = \frac{\partial}{\partial z} (\frac{1}{\gamma_g} \rho_g (c_g^2 + \alpha^2 c_g^2)) \quad (18)$$

Da das betrachtete Modell aber ausschließlich Unterschallturbulenz beinhaltet, also $\alpha \ll 1$, ist der Wert des Turbulenzterms für den Aufbau der Gasscheibe im weiteren vernachlässigbar. Für den vertikalen Aufbau hat die Turbulenz zur Folge, daß die Skalenhöhe der Scheibe niedriger wird. Dieser Effekt ist aber vernachlässigbar, da bis auf sehr späte Phasen die Kühlung bevorzugt über Abstrahlung im IR-/Mikrowellen-Bereich durch den Staub erfolgt.

Im Gegensatz zu dem geringen Einfluß der turbulenten Viskosität auf das hydrostatische Kräftegleichgewicht dominiert diese zusätzliche Viskosität in der Kontinuitätsgleichung und bestimmt die Massenakkretion:

$$\frac{\partial M_g}{\partial t} = 2\pi r \int_{-h_g}^{h_g} \rho_g \frac{\nu}{r} dz \quad (19)$$

Dies ergibt integriert

$$\frac{\partial M_g}{\partial t} = 4\pi \nu \Sigma = \text{const.} \quad (20)$$

Hier ist $\nu = \nu_t$. Dabei erfolgt die Energiezufuhr der Scheibe allein durch die während der Akkretion umgewandelte potenzielle Energie. Der Temperatenausgleich wiederum wird über Konvektion gesteuert. In diesem Fall spricht man auch von aktiven Scheiben. Eine Aufheizung der PPS durch Strahlungstransport vom Zentralgestirn wird aufgrund der optischen Dichte der Scheibe im Bereich maximaler Abstrahlung unterbunden [70, 59, 71]. Die radiale Abhängigkeit der Temperatur wie in Gl. 3 ergibt sich, wenn auch die Kühlmechanismen in Sublimationsregionen berücksichtigt werden.

2.3 Der Staubanteil

Die Staubteilchen werden zunächst idealisiert als vollkommen sphärisch mit Radius a betrachtet und es gilt die Beziehung zwischen Masse und Radius: $m \sim a^3$. Tatsächlich sind die Staubagglomerate aber oft fraktaler Natur. Auf diesen Umstand wird an gegebener Stelle noch kurz eingegangen. Für die Materialdichte des Staubes, ρ_{sm} , wird in den Berechnungen durchweg die Dichte von Wassereis, $1 \frac{kg}{m^3}$, verwendet. Sind die Staubpartikeln in ihrem Radius a vergleichbar mit jenem der Gasmoleküle, so werden sie strukturell und dynamisch an die Gasphase koppeln. Für größere und damit auch massereichere Staubteilchen gilt aber aufgrund der Impulsübertragung sowie Impuls- und Drehimpulserhaltung eine vom Gas verschiedene Dynamik und es bildet sich mit der Zeit eine separate Staubstruktur (Staubscheibe) heraus. Die kinematische Wechselwirkung zwischen Gas und Staub findet ihren Ausdruck in der charakteristischen Größe der Kopplungszeit, τ_f (*friction time*), auch bekannt als Epsteinzeit [72, 73]. Sie ist definiert durch dasjenige Zeitintervall, innerhalb dessen ein Staubteilchen kinematisch an die Gasphase koppelt. So leitet sich τ_f aus der Impulsübertragungsrate zwischen Gas und Staub her und gewinnt mit zunehmender Masse und auch Größe des Staubes an Bedeutung. Häufig wird bei der Anwendung von τ_f zwischen Epsteinregime und Stokesregime unterschieden [73, 74]. Im ersten Fall ist die mittlere freie Weglänge des Gasmediums groß gegenüber dem Radius eines größeren festen Teilchens, im zweiten Fall ist die mittlere freie Weglänge klein gegenüber dessen Radius. Die im folgenden verwendete Definition von τ_f ist [54] entnommen und besitzt Gültigkeit für den Epstein-Bereich, wie es die Bedingungen in der frühen PPS fordern:

$$\tau_f = \frac{2\sqrt{\pi}\rho_{sm}a}{3\rho_g c_g} \quad . \quad (21)$$

Zum einen wird die Drift des Staubes relativ zum Gas durch τ_f bestimmt. (Rechnungen hierzu s. Abs. 2.3.1 und 2.3.2 .) Zum anderen hat diese Größe Einfluß auf das Kopplungsverhalten von Staub an die Turbulenzbewegung. Ausführliche Rechnungen zur Sedimentation unter Berücksichtigung der Turbulenz finden sich in Abs. 2.3.2. Hier soll aber eine kurze Erläuterung zum Verhalten von Staub in Turbulenzelementen vorangestellt werden. Eine schematische Darstellung ist in Abb. 7 gegeben. Zunächst gilt für die Entkopplungszeit, τ_e , von Staub in einer Konvektionszelle, daß diese, solange $\tau_f < \tau_t$ bleibt, gleich der turbulenten Dissipationszeit τ_t ist. Rückt τ_f in die Größenordnung von τ_t , ist die Kopplung nicht mehr effizient genug und es kann Sedimentation einsetzen. Bei schwächerer Turbulenz verlängert sich τ_t und der Staub beginnt zunächst erst bei größeren Radien zu sedimentieren. Geht dagegen $\alpha \rightarrow 0$, werden turbulente und intrinsische Viskosität der Scheibe vergleichbar, so daß die Turbulenz zum Erliegen kommt und die Scheibe laminar wird. Dann erfolgt die Sedimentation wieder mit der höchsten Rate. Hinzu kommt aber noch – und dies gilt besonders bei größeren Aggregaten bzw. sehr schwacher Konvektion –, daß die Aufenthaltsdauer eines Staubteilchens durch dessen relative Drift zum Gas (im Gravitationsfeld), dv , in einem Turbulenzelement ebenfalls zeitlich begrenzt ist.

Schematische Darstellung von Staub in Konvektionszellen

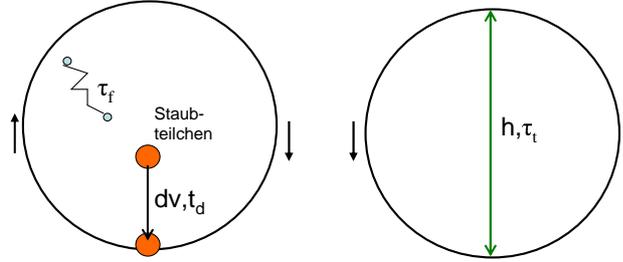


Abbildung 7: Schematische Darstellung von Staubpartikeln in Turbulenzelement der Größe h und Dissipationszeit τ_t . Für kleinere Staubteilchen (hier blau) ist deutlich $\tau_f < \tau_t$. Bei größeren Staubaggregaten, und auch für sehr kleine α , fließt die relative Durchlaufzeit t_d von Staub durch das Turbulenzelement in die Entkopplungszeit τ_e mit ein.

Die Durchlaufzeit eines Staubteilchens durch ein Turbulenzelement der Größe h ist dann gegeben durch $t_d = \frac{h}{dv}$. Dann definiert sich die tatsächliche Entkopplungszeit durch:

$$\frac{1}{\tau_e} = \frac{t}{t_d} + \frac{t}{\tau_t} \quad . \quad (22)$$

Für die in den folgenden Rechnungen erreichten Staubradianen und betrachteten Turbulenzstärken ist t_d aber hinreichend groß gegenüber τ_t . So kann als eine erste Abschätzung für das Einsetzen von Sedimentation wie herkömmlich die Stokeszahl, St , verwendet werden:

$$St = \frac{\tau_f}{\tau_t} = \frac{8\sqrt{\pi}\pi\rho_{sm}a\alpha}{3\Sigma} \quad (23)$$

Mit der Bedingung $St = 1$ erhält man dann eine für Sedimentation kritische Staubgröße, a_{krit} :

$$a_{krit} = \frac{3\Sigma}{8\sqrt{\pi}\pi\rho_{sm}\alpha} \quad . \quad (24)$$

Die durch die Turbulenz induzierte Relativgeschwindigkeit Δv_s zwischen zwei Staubteilchen gleicher Größe ist gegeben durch [54]:

$$\Delta v_s \simeq \langle \delta v_t^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{\frac{2\tau_f}{\tau_t}}}{1 + \frac{\tau_f}{\tau_t}} \quad . \quad (25)$$

Für sehr kleine wie auch sehr große Staubteilchen geht die Relativgeschwindigkeit nach dieser Definition gegen null; ein Maximum wird erreicht im Bereich $\frac{\tau_f}{\tau_t} = 1$, also für einen Staubradius a_{krit} . Außerdem nimmt Δv_s für kleine Staubradianen stärker als direkt proportional mit α ab, wie in Abb. 8 zu sehen ist. Die Geschwindigkeitskomponente der Brownschen Molekularbewegung, v_b , fällt bei der Betrachtung der

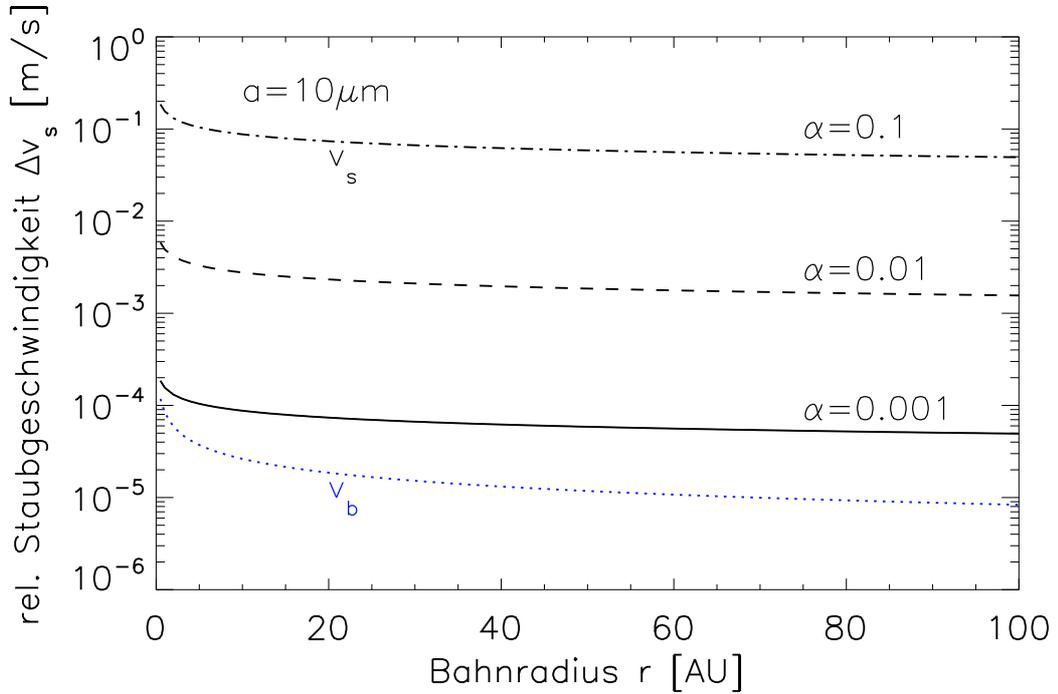


Abbildung 8: Durch Turbulenz induzierte mittlere Relativgeschwindigkeit, Δv_s , zweier Staubeilchen mit Radius $a = 10\mu\text{m}$ bei $\alpha = 0.1, 0.01, 0.001$ im Vergleich zur Brownschen Geschwindigkeit, v_b .

Relativgeschwindigkeit schon bei Staubpartikeln von einigen μm Durchmesser nicht mehr ins Gewicht, selbst wenn $\alpha = 0.001$ recht klein gewählt wird (s. Abb. 8). Nur für sehr viel kleinere Staubpartikel und extrem kleine Werte von α müßte v_b berücksichtigt werden (s. auch [36]).

Diese Beziehungen zur Wechselwirkung zwischen Staub und turbulentem Gas sind gültig, solange $\rho_s \ll \rho_g$. Sobald sich die Staubbichte erhöht, so daß $\rho_s \simeq \rho_g$, wird die Turbulenz modifiziert. Durch den erhöhten Massenanteil an Staub wird α kleiner und diejenigen Turbulenzelemente, die den Staub nicht mehr mitführen, werden weggedämpft. Dann wird k_{max} kleiner und wenn $k_{max} \rightarrow k_o$, lösen sich alle Turbulenzelemente auf. Dieser Effekt der Turbulenzdämpfung wird wichtig, wenn die PPS weiter entwickelt ist und größere Staubmassen in der Mittelebene sedimentiert sind.

Bei der Betrachtung der Staubdynamik finden, wie auch zuvor für die Gasphase, die Gleichungen der Hydrodynamik Anwendung. Da das Verhältnis Mittlere Freie Weglänge, λ , zu Bahnorbit, R , mit $\frac{\lambda}{R} \ll 1$, sehr klein ist, gilt hier nicht die klassische Orbittheorie. Dann gilt für den Staub die Kontinuitätsgleichung, erweitert um einen

Diffusionsterm, durch den die turbulente Viskosität berücksichtigt wird:

$$\frac{\partial nm}{\partial t} + \nabla(nmv) - \nabla(\nu_t \rho_g \nabla(\frac{nm}{\rho_g})) = 0 \quad (26)$$

Analog lautet dann die Massentransportgleichung in Verbindung mit einem Koagulationsterm auf der rechten Seite:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(nv) - \nabla(\nu_t \rho_g \nabla(\frac{n}{\rho_g})) = -\sigma \Delta v_s n^2 \quad (27)$$

n ist die Staubteilchendichte. Dabei wird immer eine monodisperse δ -Verteilungsfunktion für die Staubkorngröße angenommen. v ist eine nicht-stochastische Driftgeschwindigkeit des Staubes mit radialer und vertikaler Komponente, σ ist der Kollisionsquerschnitt, die übrigen Größen wie zuvor. Der Koagulationsterm in Gl. 27 enthält die Anzahl der Staubteilchen einer bestimmten Größe, welche beim Aufeinandertreffen mit anderen Staubkörnern wachsen, und daher verlorengehen. Fragmentation durch Kollision ist hierbei nicht berücksichtigt.

Im folgenden werden das Staubwachstum und die Umverteilung der Staubmaterie in der Scheibe im Laufe der zeitlichen Entwicklung untersucht. Dies kann einerseits zum Verlust von Staub im Zentralgestirn führen, so daß dieser für die Planetenbildung verloren geht. Andererseits kann die Staubmaterie auch in Regionen transportiert werden, in denen besonders günstige Bedingungen für ein rasches Staubwachstum herrschen. Hierzu werden analytisch plausible Näherungsvorschläge zur Lösung von Gl. 26 und Gl. 27 gegeben und für das hier besprochene Scheibenmodell durchgerechnet.

2.3.1 Radialer Aufbau und Staubdynamik

Die radiale Abhängigkeit der Staubdichte ist anfangs identisch jener der Gasverteilung (s. Abb. 9). Die Staubpartikeln sind hier wenige μm groß. Auch wird bis auf weiteres davon ausgegangen, daß die Staubphase im thermischen Gleichgewicht mit der Gasphase ist.

Die folgenden Berechnungen zum Staubwachstum während der radialen Drift stützen sich auf die Vorarbeit von [54]. Die radiale Driftgeschwindigkeit eines Staubteilchens, v_r , leitet sich aus den Bewegungsgleichungen für Gas- und Staubphase und der Drehimpulserhaltung her und setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: der durch die turbulente Gasviskosität hervorgerufene und jener, durch den Druckgradienten des Gases (Restgravitation):

$$v_r = (v_{rg} + \frac{\tau_f}{\rho_g} \frac{\partial P_g}{\partial r}) (\frac{1}{1 + \Omega_g^2 \tau_f^2}) \quad (28)$$

mit der radialen Gasdriftgeschwindigkeit

$$v_{rg} = \frac{\nu_t}{r}. \quad (29)$$

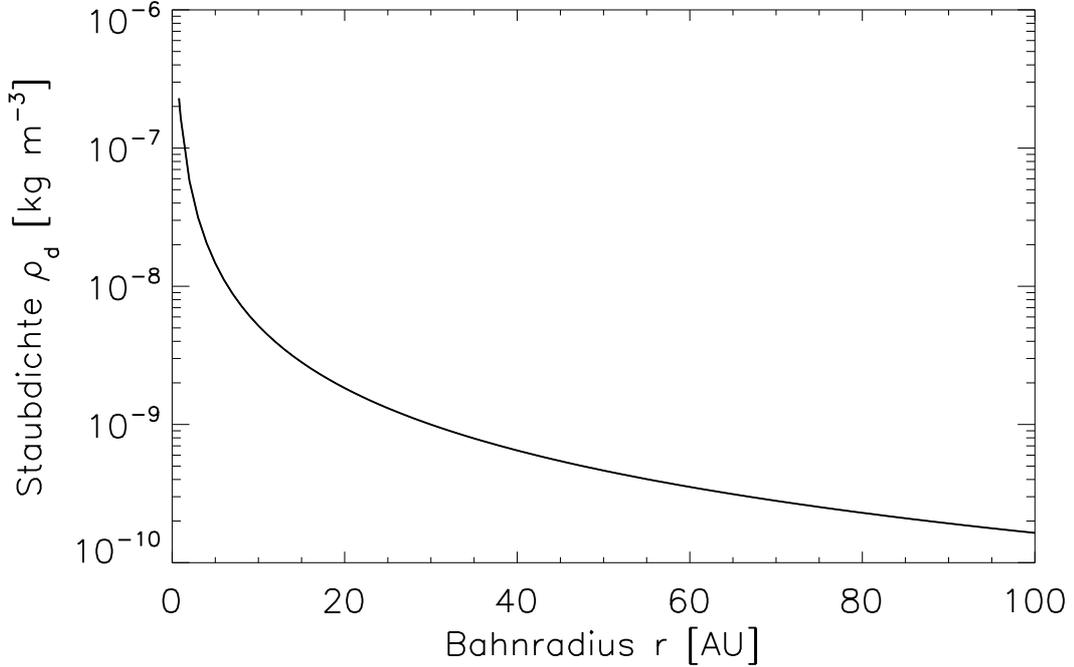


Abbildung 9: Radiale Staubdichteverteilung entlang der Mittelebene im Anfangsstadium einer PPS. Die μm -großen Staubpartikel befinden sich im thermischen Gleichgewicht mit der Gasphase.

In Abb. 10 ist entsprechend die radiale Driftgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Staubkornradius für verschiedene Abstände zum Zentralgestirn für $\alpha = 0.1$ dargestellt. Derjenige Geschwindigkeitsanteil, welcher von der turbulenten Viskosität herrührt, verläuft bis zu Staubkorngrößen von einigen cm nahezu konstant und fällt dann rasch ab. Unabhängig von der Staubgröße nimmt sein Betrag mit zunehmendem Bahnradius ab. Außerdem ist dieser Geschwindigkeitsanteil direkt proportional zu α (vgl. hierzu Abb. 11; wie Abb. 10 aber für $\alpha = 0.01, 0.001$). Diejenige Komponente, welche durch die Restgravitation im Gas verursacht wird, ist sowohl für sehr kleine Staubkörner als auch für sehr große Planetesimalen nahezu Null, da die Wechselwirkung zwischen Staub und Gas in beiden Fällen zu gering ist und somit kaum Drehimpuls an des Gas abgegeben werden kann. Ein Maximum wird bei einer charakteristischen Größe erreicht, die vom Abstand zum Zentralgestirn abhängt. Bei 1AU befindet sich diese Größe bei einigen Dekametern, am Scheibenrand bei einigen Metern. Von α ist diese Komponente unabhängig. Ein ähnliches Profil für diesen zweiten Term finden auch [73] und [75]. (Die Gasdrift ist nur in der Arbeit von [75] berücksichtigt.) Nach beiden Rechnungen wird allerdings die maximale Driftgeschwindigkeit bei um fast zwei Größenordnungen kleineren Aggregaten erreicht.

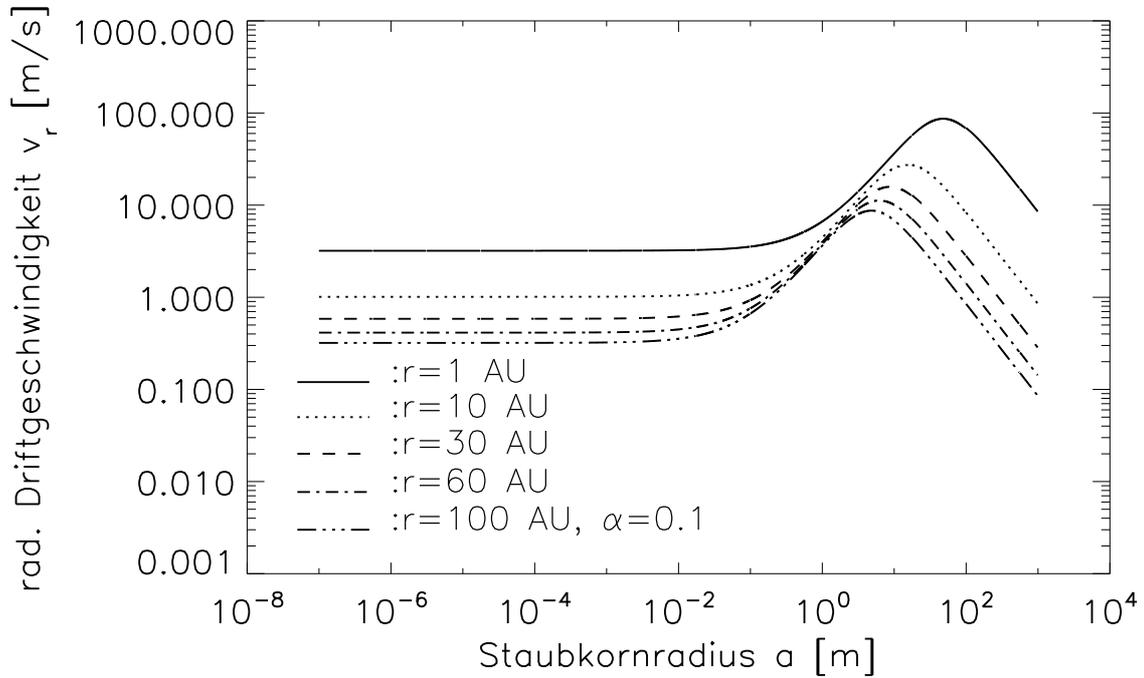


Abbildung 10: Radialdrift des Staubes in Abhängigkeit von der Staubkorngröße und vom radialen Abstand, für $\alpha = 0.001$.

Dies liegt zum einen an der etwa dreimal größeren Staubdichte, zum anderen aber an dem etwas größeren Druckgradienten ($P \sim r^{-3}$), welche dort verwendet wurden. Vor allem ist aber die in dieser Arbeit verwendete Masse des Zentralgestirns mit $M_c = 2M_\odot$ doppelt so groß wie in den beiden anderen Modellen.

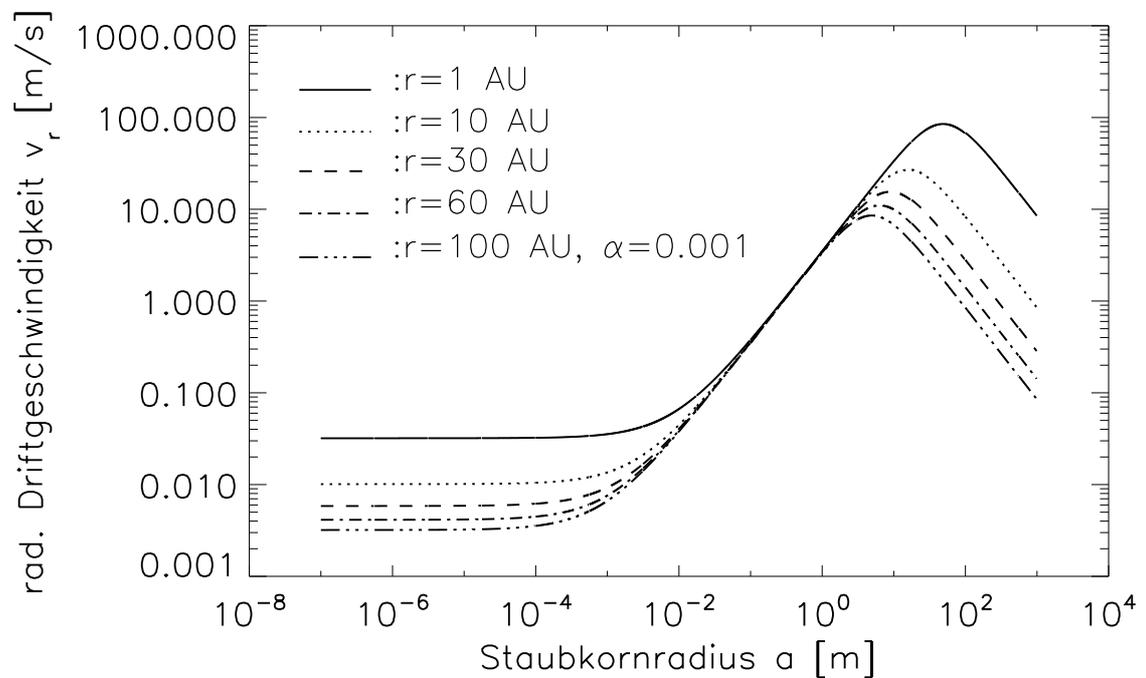
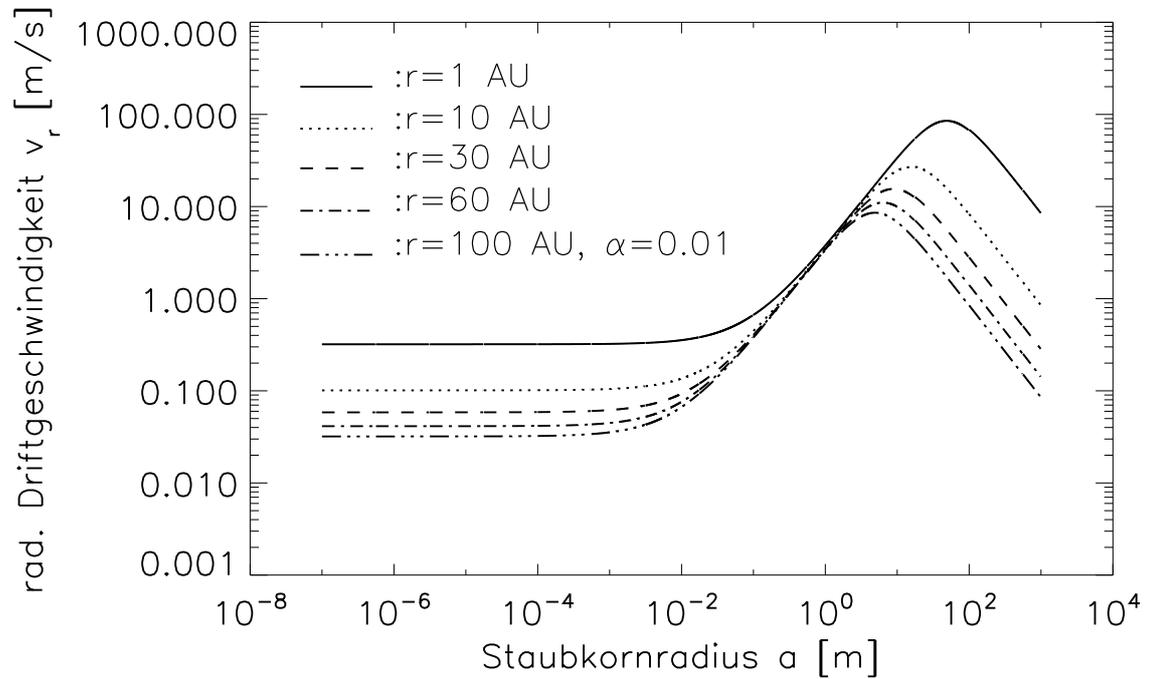


Abbildung 11: Radialdrift des Staubes in Abhängigkeit von der Staubkorngröße und vom radialen Abstand, für $\alpha = 0.01$ und $\alpha = 0.1$.

Für ausreichend kleine Staubpartikeln kann Gl. 28 vereinfacht werden, da τ_f nach Gl. 21 direkt proportional zum Staubradius ist und $\Omega^2\tau_t^2 \ll 1$:

$$v_r \sim (v_{rg} + \frac{\tau_f}{\rho_g} \frac{\partial P_g}{\partial r}) \quad (30)$$

Diese Näherung bietet sich an, da sie zwar am Scheibenrand nur bis zu einem Staubradius von einigen mm , in den inneren Regionen aber je nach Turbulenzstärke bis cm bzw. dm Gültigkeit besitzt. Die Größe der Staubpartikel befindet sich während der radialen Drift gerade in diesen Bereichen (s. Abb. 12). Dann kann die radiale Driftgeschwindigkeit unter Anwendung der oben aufgeführten Scheibenbedingungen auch folgendermaßen dargestellt werden:

$$v_r = \frac{(\nu_t + \nu_d)}{r} \quad (31)$$

ν_d ist die Viskosität, die aus der kinetischen Wechselwirkung zwischen Staub und Gas resultiert.

Während der radialen Drift treffen Staubteilchen gegenseitig aufeinander und beginnen unter günstigen Bedingungen zu koagulieren. Die Wachstumsrate während der radialen Drift läßt sich aus der Transport- und Koagulationsgleichung (*Boltzmann-gleichung*) berechnen und ist ebenfalls in [54] in aller Ausführlichkeit hergeleitet. In die Lösung dieser Gleichung gehen zwei grundlegende Annahmen ein: Für die Staubkorngrößenverteilung wird eine (monodisperse) δ -Funktion angenommen, welche durch einen Formfaktor $\gamma_f = 0.7$ verbreitert und abgeflacht und dadurch einer gaußartigen Verteilung angeglichen wird [76]. Unter Vernachlässigung der Massendiffusion kann aus Gl. 26 und Gl. 27 eine Koagulations-/Transportgleichung für die mittlere Teilchenmasse (bzw. Teilchenradius $\langle a \rangle$) abgeleitet werden. Diese Näherung ist erlaubt, sofern die Massen lokal eng um einen Mittelwert verteilt bleiben. Dann läßt sich das Teilchenwachstum folgendermaßen ausdrücken, wobei die zusätzliche Größe Q die Koagulationseffizienz darstellt:

$$\frac{d\langle a \rangle}{dt} = \frac{2\pi}{3} \gamma_f Q n_0 \langle a_0 \rangle^3 \langle \Delta v_t^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2 \frac{\tau_f}{\tau_t}}}{1 + \frac{\tau_f}{\tau_t}} \quad (32)$$

a_0 ist der ursprüngliche Staubradius, n_0 die entsprechende Dichte. Setzt man

$$\frac{d\langle a \rangle}{dt} = v_r \frac{d\langle a \rangle}{dr} \quad \text{unter Verwendung von Gl. 31} \quad , \quad (33)$$

läßt sich Gl. 32 analytisch integrieren:

$$\langle a \rangle^{0.5} + c_1 \langle a \rangle^{1.5} + c_2 \langle a \rangle^{2.5} = c_3 (1 - (\frac{r}{R})^{1.25}) \quad (34)$$

Die eingesetzten Parameter sind dem oben beschriebenen Modell entnommen, konstante Werte sind in $c_{1..3}$ zusammengefaßt. Entsprechend ist in Abb. 12 das mittlere

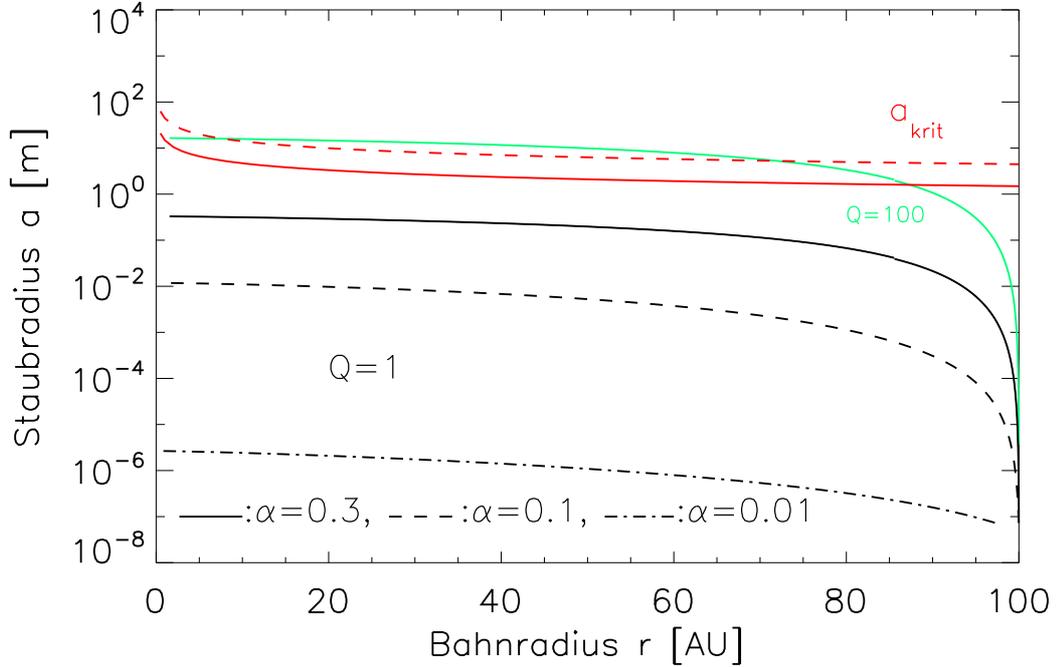


Abbildung 12: Staubkorngröße als Funktion des Abstands zum Zentralgestirn während radialer Drift (in diesem Modell ist $\Sigma_g = \text{const.}$). Der Staub wächst abhängig von der Intensität der Turbulenz (hier für $\alpha = 0.3, 0.1, 0.01$ gerechnet) unterschiedlich rasch an. Als Vergleich ist a_{krit} (rot, für $\alpha = 0.3, 0.1$) eingezeichnet. Bei einer Koagulationseffizienz von $Q = 1$ wird a_{krit} nicht erreicht, bevor der Staub auf das Zentralgestirn trifft. Wird dagegen die Koagulationseffizienz z. B. durch Oberflächenladung auf dem Staub auf 100 erhöht, kann der Staub bei starker Turbulenz beginnen zu sedimentieren. (grün; als Beispiel für $\alpha = 0.3$.)

Teilchenwachstum während der radialen Drift für verschiedene Werte von α dargestellt. Mit $Q = 1$ wird eine maximale Koagulationseffizienz für den geometrischen Koagulationsquerschnitt erreicht. In der äußeren Scheibenregion wachsen die Staubteilchen deutlich an. Während der Drift nach innen flacht die Wachstumsrate signifikant ab, bis sie in inneren Scheibenregionen nahezu stagniert. Grund hierfür ist die in Richtung Zentralgestirn zunehmende radiale Driftgeschwindigkeit und die durch vorherige Koagulation erfolgte Reduktion in der Teilchenzahldichte. Daher verweilen die Staubpartikel am Scheibenrand länger als bei kleineren Scheibenradien und treffen so in weiter außen liegenden Gebieten pro Zeitintervall auf eine größere Anzahl anderer Teilchen als weiter innen. Zudem ist die Wachstumsrate stark abhängig von α . Für den kleinsten hier untersuchten Wert $\alpha = 0.01$ ist das Staubwachstum relativ ineffizient. Der Staub wächst nur bis auf einige μm an. Dagegen erreichen die Stau-

bagglomerate bei höheren Werten von α (0.1, 0.3) Größen von einigen cm bis dm . Zwar ist die Driftgeschwindigkeit für die erreichten Staubgrößen direkt proportional zu α , so daß für kleine Werte von α die Verweildauer des Staubs in der Scheibe am längsten ist. Gleichzeitig steigt aber Δv_s stärker als quadratisch proportional mit α , was zu einer entsprechend höheren Stoß- und damit Wachstumsrate führt (vgl. Gl. 25 und Abb. 8).

In keinem Fall wird hier jene Agglomeratgröße überschritten, ab welcher die radiale Driftgeschwindigkeit wieder abnimmt und sich im günstigen Fall ein Keplerorbit einstellen kann (vgl. Abb. 10 und Abb. 11). Auch zeigt eine erste Abschätzung zur Sedimentation über a_{krit} (in Abb. 12 rot gekennzeichnet, für $\alpha = 0.1, 0.3$), daß für die erreichten Staubgrößen bei gegebener Turbulenz der Staub nicht sedimentieren kann. Um auf a_{krit} anzuwachsen, ist eine Koagulationseffizienz von $Q \gg 1$ notwendig, wie die hypothetische Wachstumskurve für $Q = 100$ zeigt (grün). Dies kann z. B. durch Aufladung von Staub geschehen (s. Kap. 3 und 4). Sedimentation ist aus zwei Gründen vorteilhaft für die weitere Entwicklung von Staub hin zu Planetesimalen: Zum einen wird das Staubwachstum durch die dadurch zustande kommenden höheren Dichten in der Mittelebene vorangetrieben. Zum anderen kann durch eine hohe Staubdichte die Turbulenz gedämpft werden. Damit würde auch die Drift von Gas und Staubteilchen bis max. dm -Größe aufgehalten bzw. verlangsamt und es bliebe so mehr Zeit für weiteres Wachstum.

Ein zusätzliches Hindernis für das Staubwachstum können Sublimationsgrenzen darstellen. Dies sind Gebiete, in welchen Temperaturen herrschen, bei denen bestimmte Staubkomponenten sublimieren und die Staubkörner wieder fragmentieren, wie in Abb. 13 am Beispiel der Sublimationsgrenze von Wassereis zu erkennen ist.

Aus den vorangehenden Berechnungen läßt sich auf die Lebensdauer der gesamten Scheibe, t_l , und die Verweildauer des Staubes in der PPS, t_v , schließen. Diese Zeitskalen sind gleich der Driftzeit vom Scheibenrand bis zum Zentrum:

$$t_{l,v} = \int_R^0 \frac{dr}{v_{rg,r}} \quad (35)$$

Für kleinere Staubpartikeln ist $t_v = t_l$, erst wenn der Staub auf über cm bzw. dm Radius anwächst, wird $t_v < t_l$. Weiter hängt $t_{v,l}$ von der Stärke der Turbulenz ab. In Tab. 1 sind die so geschätzten maximalen Verweildauern der Staubmaterie für verschiedene Turbulenzstärken eingetragen.

Tabelle 1: Verweildauer von Staub in einer PPS der Ausdehnung 100AU für unterschiedliche Werte von α . Nach den Rechnungen hier gilt nahezu $t_v = t_l$.

α	0.001	0.01	0.1	0.3
t_v [a]	$\leq 10^9$	$\leq 10^8$	$\leq 10^7$	$\leq 3 \times 10^6$

Beobachtungen haben gezeigt, daß zirkumstellare (Staub-)Scheiben nach einer Zeit-

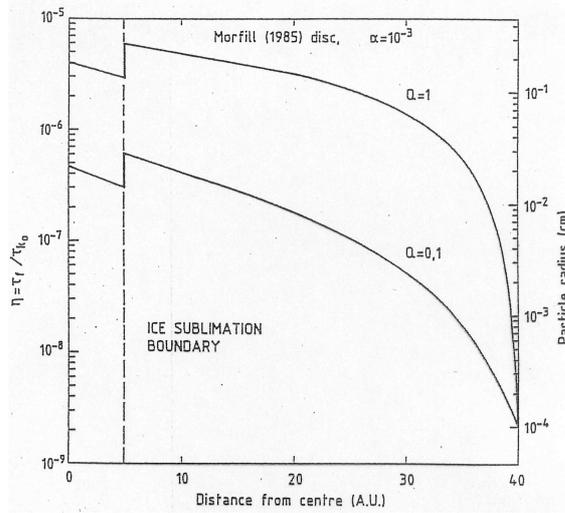


Abbildung 13: An der Eissublimationsgrenze wird das Staubwachstum unterbrochen; der Wassereisanteil sublimiert und es bleiben kleinere Bruchstücke (aus Silikatgemischen, Kohlenstoffverbindungen) in fester Form zurück. (aus [77])

spanne von $\leq 10^7 a$ dissipieren [26, 78]. Davon ausgehend würde man zunächst annehmen, daß für α Werte von ~ 0.1 herrschen. Allerdings gibt es hierzu verschiedene andere Theorien. Eine davon ist z. B. Photoevaporation der äußeren Gasscheibe [79]. Außerdem orientiert man sich zur Altersbestimmung von PPS am Alter des Muttersterns. Die Modelle zur Altersbestimmung von sehr jungen Sternen, welche noch von PPS umgeben sind, sind aber recht ungenau und das aus Beobachtungen interpretierte Alter kann sich je nach Modell um Größenordnungen unterscheiden. So wird α in den folgenden Untersuchungen weiterhin variiert.

2.3.2 Sedimentation und vertikale Struktur

Für das Staubwachstum während vertikaler Sedimentation existiert zu Gl. 27 keine analytische Lösung in Analogie zum dynamischen radialen Fall. Jedoch wurden von einigen Autoren hierzu numerische Berechnungen durchgeführt. [80] unterscheiden zwischen einer laminaren und einer turbulenten Scheibe auf der Grundlage des *Minimum Solar Mass Nebula* [8] bei einer radialen Ausdehnung bis $30 AU$. Im laminaren Modell bildet sich innerhalb $10^3 - 10^4 a$ durch Sedimentation eine gravitativ instabile Staubschicht um die Mittelebene heraus. Die Staubpartikel wachsen dabei ausgehend von μm auf bis zu $20 cm$ an. In einer vergleichbaren turbulenten Scheibe wachsen Staubaggregate in einem vergleichbaren Zeitraum auf $30 - 60 cm$ an und driften innerhalb $10^4 a$ auf den Stern, bevor sich eine dichtere Schicht in der Mittelebene herausbildet. Daher fordern die Autoren ein Ausbleiben an Turbulenz, um Planetenentstehung zu ermöglichen. [53] betrachten nur eine laminare Scheibe. In deren Modell wächst ein Teil des ursprünglich $0.1 \mu m$ großen Staubes ebenfalls auf

cm an und sedimentiert, ein weiterer Teil verbleibt in Form von μm großen Partikeln in Gas gemischt über $10^6 a$ erhalten. Hier wird jedoch nicht spezifiziert, inwiefern sich in der Mittelebene günstige Bedingungen für die Planetenentstehung einstellen. Die Ergebnisse werden hier hinsichtlich Abstrahlung und spektraler Energieverteilung (*spectral energy distribution*: SED) interpretiert. Von [81] werden Staubwachstum und Sedimentation für verschiedene Szenarien bei einem Scheibenradius von $1AU$ über einen Zeitraum von $10^6 a$ getestet, in welchen sowohl laminare als auch turbulente Eigenschaften berücksichtigt werden. Das stärkste Staubwachstum findet unter turbulenten Bedingungen statt und es entstehen dabei bis zu $100m$ große Staubaggregate. Diese Resultate sind aber nicht vereinbar mit den Zeitskalen der Radialdrift sowohl in dem in dieser Arbeit gerechneten Modell als auch nach [80]. In einem Zeitintervall von $10^3 a$, wie es für eine Driftzeit ab $1AU$ typisch ist, wachsen die Staubpartikel in den Modellen von [81] dagegen ebenfalls nur auf max. $cm - dm$ an. Auch bleibt immer ein Rest an kleineren Partikeln erhalten.

Für sehr kleine Partikel (im konkreten Fall bis $100\mu m$ gerechnet) finden [47] bei Berechnungen von SEDs, daß sich ein stationärer Zustand in der vertikalen Staubverteilung einstellt.

Hier wird der Gedanke des stationären Zustandes, wie auch von [82] vorgeschlagen, aufgegriffen und analytisch ausgearbeitet. Diese Vorgehensweise läßt sich für dieses Model aufgrund folgender Argumente rechtfertigen. Sind die Teilchen noch so klein, daß sie durch Turbulenz wieder aufgewirbelt werden, durchlaufen sie periodisch Regionen mit niedriger und höherer Dichte und wachsen dabei durch Koagulation. Die Gegend maximaler Dichte liegt in der Mittelebene. Für diese Region wurde aber das Teilchenwachstum während radialer Drift bestimmt, so daß dadurch eine maximale Wachstumsrate abgedeckt ist. (Allerdings ohne Berücksichtigung der Dichteerhöhung durch Sedimentation.)

Zur Berechnung der stationären vertikalen Staubverteilung wird die Kontinuitätsgleichung aus Gl. 26 auf die vertikale Dimension reduziert und die zeitliche Komponente eliminiert:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\langle v_z \rangle nm - \nu_t \rho_g \frac{\partial}{\partial z} (\frac{nm}{\rho_g})) = 0 \quad (36)$$

Einfache Integration von Gl. 36 ergibt:

$$\langle v_z \rangle nm - \nu_t \rho_g \frac{\partial}{\partial z} (\frac{nm}{\rho_g}) = const. \quad (37)$$

$\langle v_z \rangle$ ist die sog. „terminal velocity“, die durchschnittliche, maximal erreichbare Driftgeschwindigkeit des Staubes, die sich einstellt, sobald ein Gleichgewicht von vertikaler Gravitationskomponente und Reibungskraft des Staubkorns mit dem Gas herrscht. Es kann davon ausgegangen werden, daß die Scheibe dick genug ist und v_z in dieser Form rasch genug erreicht wird, d. h.:

$$\langle v_z \rangle = -\frac{GM_c z}{r^3} \tau_f(z) \quad . \quad (38)$$

τ_f wird nun vorerst als vertikal unveränderlich angenommen. Dies ist dann gerechtfertigt, wenn dünne vertikale Abschnitte nahe der Mittelebene betrachtet werden. Es bleibt noch zu erwähnen, daß die Kontinuitätsgleichung in dieser Form nur lokale Gültigkeit (bei vorgegebenem r) besitzt.

Zur Lösung von Gl. 37 bietet sich eine Betrachtung der Randbedingungen der Größen v_z und $\frac{\partial}{\partial z}(\frac{nm}{\rho_G})$ in der Mittelebene an: Da die Sedimentation dort abgeschlossen ist, wird die vertikale Geschwindigkeit $v_z(z=0) = 0$ sein. Der Anteil durch Turbulenz ist im Mittel ebenfalls gleich 0, da es sich um eine stochastische Größe handelt. Zudem ist die Staubkonzentration in der nächsten Umgebung der Mittelebene als konstant zu betrachten, also ist auch $\frac{\partial}{\partial z}(\frac{nm}{\rho_g}) = 0$. Damit ergibt sich für die rechte Seite von Gl. 37 $const = 0$, was ortsunabhängig Gültigkeit besitzt. Daraus folgt als Lösung eine exponentielle Verteilung der Staubkonzentration:

$$\frac{nm}{nm_o} = \left(\frac{\rho_G}{\rho_{Go}}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{h_d^2}\right) \quad (39)$$

Die Staubskalenhöhe, h_d , ist hier definiert durch

$$h_d = \left(\frac{2r^3\nu_t}{GM_c\tau_f}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (40)$$

und hängt von der Stärke der Turbulenz und der Staubkorngröße ab. Rein mathematisch bedeutet dies, daß die so definierte Staubskalenhöhe für sehr kleine Staubteilchen gegen unendlich geht. Physikalisch angewandt auf die PPS reicht die Staubskalenhöhe für sehr kleine Staubpartikel bis zur Gasskalenhöhe und es liegt eine vollkommene Staub-Gaskopplung vor. Die Staubsdichteverteilung entspricht der Gassdichteverteilung mit homogener Häufigkeit η . In diesem Grenzfall ist dann

$$\frac{nm}{nm_o} = \frac{\rho_g}{\rho_{go}} \quad . \quad (41)$$

Für moderates Staubwachstum und nahe der Mittelebene, wenn $\frac{z^2}{h_d^2} \ll 1$ gilt, ist noch folgende Näherung von Nutzen:

$$\frac{nm}{nm_o} = \frac{\rho_g}{\rho_{go}} \left(1 - \frac{z^2}{h_d^2}\right) \quad . \quad (42)$$

Je nach Stärke der Turbulenz bildet sich erst ab einem Staubradius im cm -Bereich eine separate Staubstruktur heraus und es kann durch Sedimentation eine nach Staubgröße gestaffelte *Subscheibe* entstehen (s. weiter unten Abb. 14).

Um das Modell großräumig und für starkes Staubwachstum zu studieren, ist es notwendig, über größere vertikale Distanzen zu integrieren. Hierzu soll nun Gl. 37 unter Berücksichtigung der vertikalen Abhängigkeit von τ_f entsprechend Gl. 11 integriert werden:

$$\int \frac{\langle v_z \rangle}{\nu_t} dz = \int \frac{\rho_g}{nm} \frac{\partial}{\partial z} \frac{nm}{\rho_g} dz \quad (43)$$

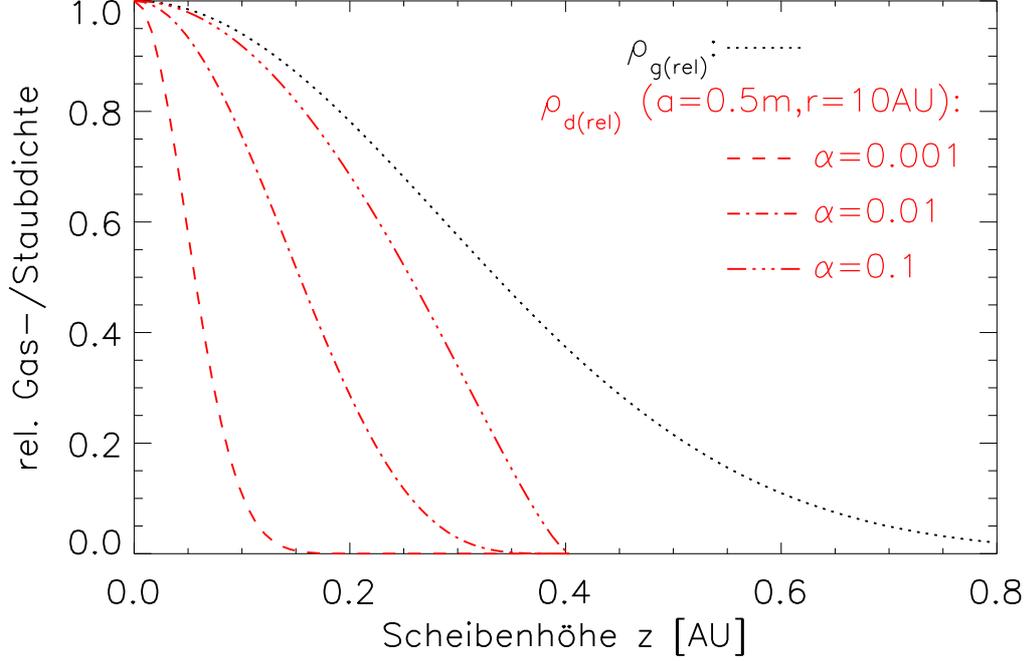


Abbildung 14: Vertikale Gas- und Staubbichteverteilung relativ zur Dichte in der Mittelebene (bei Scheibradius $r = 10\text{AU}$).

Die Integration ist in Anh. A durchgeführt und liefert für die vertikale Staubbichteverteilung als genähertes Ergebnis:

$$\frac{nm}{(nm)_o} = \left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right)^{\left(1 + \frac{h_d^2}{h_g^2}\right)} \quad (44)$$

Diese in der Gasdichteverteilung genäherte Form wird für die meisten Berechnungen ausreichend sein. Für kleine Staubpartikel gilt wegen idealer Kopplung wieder Gl. 41. Sobald aber $h_d < h_g$ wird, stellt sich auch rasch $\frac{z^2}{h_g^2} \ll 1$ ein, da der zu betrachtende Bereich der PPS in der Vertikalen nicht mehr an die Gasskalenhöhe heranreicht. Nur für den Grenzfall $h_d \simeq h_g$ muß eine ungenäherte Lösung verwendet werden.

In Abb. 14 ist die relative Dichteverteilung für Staubaggregate mit $a = 0.5\text{m}$ für verschiedene Werte von α (wieder 0.001, 0.01, 0.1) aufgetragen. a ist hier mit Bedacht recht groß gewählt, da erst dann eine deutliche Abnahme der Dicke der Staubscheibe zu erkennen ist. Außerdem ist dies die nach den Berechnungen zum Wachstum mit radialer Drift selbst bei noch stärkerer Turbulenz maximal erreichte Aggregatgröße. Für $\alpha = 0.1$ ist beinahe jener Grenzfall erreicht, für den h_d und h_g zusammenfallen. Die tatsächliche Dichteverteilung entspricht dann noch der Gasverteilung, wie sie

hier zum Vergleich eingezeichnet ist. Die genäherte Verteilungsfunktion weicht im Randgebiet von der typischen Glockenform ab.

Je schwächer die Turbulenz ist, desto näher an der Mittelebene ist der Staub konzentriert. Für die Sedimentation förderlich wäre daher eine PPS mit eher niedriger Turbulenz (für den Fall, daß das Staubwachstum schon etwas fortgeschritten ist). Bei der Staubbichteverteilung handelt es sich allerdings um den relativen Wert zu jener Dichte in der Mittelebene. Sie sagt aber alleine nichts über den Masseanteil an der gesamten in der Scheibe vorhandenen Staubmaterie aus. Jener hängt von der Größenverteilung und diese wiederum von der Art des Koagulationsmechanismus ab. Wird wie oben (bei radialen Rechnungen) davon ausgegangen, daß im Mittel eine nahezu einheitliche Staubgröße existiert, die stetig wächst, gibt die hier betrachtete Dichteverteilung auch die vertikale Verteilung der gesamten Staubmaterie wieder. Dann erhöht sich die Staubbichte um die Mittelebene herum durch Sedimentation bei niedriger Turbulenz um das vierfache, bei stärkerer Turbulenz bleibt die Dichte entsprechend geringer. Dies ist jedoch nicht signifikant gegenüber der ursprünglichen Dichte, um z. B. andere Wachstumsprozesse, die durch gravitative Instabilitäten hervorgerufen werden, in Gang zu setzen. (Hierzu ist lokal $\rho_d \geq \rho_g$ nötig, also müßte die Staubbichte durch Sedimentation um das 50-fache angereichert werden.) Tatsächlich wird die Größenverteilung aber nicht monodispers sein und auch nicht die gesamte Staubmaterie in den größtmöglichen Aggregaten gebunden vorliegen. Dann entsteht eine nach Staubkorngröße gestaffelte Subscheibe der Dicke $h_d(a)$. Die durch Sedimentation erreichbaren Staubbichten in der Mittelebene werden so auch geringer ausfallen, als in Abb. 14.

2.3.3 Effektive Skalenhöhen und optische Dicke

Um das beschriebene Modell mit Beobachtungen vergleichen zu können, ist es sinnvoll, sog. effektive Skalenhöhen einzuführen. Unter einer effektiven Skalenhöhe versteht man diejenige Höhe, bei welcher mit vertikal *konstanter* Dichte (von Gas bzw. Staub) dieselbe Säulendichte bzw. optische Dicke erreicht wird, wie bei der Skalenhöhe mit sich exponentiell ändernder Dichteverteilung. Eine derartige Betrachtungsweise gewinnt insbesondere dann an Bedeutung, wenn zur Bestätigung oder Widerlegung der theoretischen Überlegungen Beobachtungen herangezogen werden. Zur Berechnung der effektiven Gasskalenhöhe integriert man entlang der z -Richtung unter Beibehaltung des Wertes $\rho_{go}(z=0)$ von $z=0$ bis $z=h_g$:

$$\rho_{go}H_g \equiv \int_0^{h_g} \rho_{go}h_g \left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right) \frac{dz}{h_g} \quad . \quad (45)$$

Dies ergibt:

$$= \frac{2}{3}\rho_{go}h_g = \frac{1}{2}\Sigma_g \quad . \quad (46)$$

Also ist die effektive Gasskalenhöhe, im Verhältnis zur tatsächlichen Gasskalenhöhe:

$$H_g = \frac{2}{3}h_g. \quad (47)$$

Die effektive Staubskalenhöhe wird in Analogie zur effektiven Gasskalenhöhe berechnet:

$$\rho_{do}H_d \equiv \rho_{do}h_g \int_0^{h_g} \left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right)^{\left(1 + \frac{h_g^2}{h_d^2}\right)} d\frac{z}{h_g} \quad . \quad (48)$$

Dies ergibt integriert (Zwischenschritte s. Anh. B):

$$H_d = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(3 + \frac{4\sqrt{\pi}\rho_s a}{3\gamma\alpha h_g \rho_{go}}\right)^{0.5} h_g \quad . \quad (49)$$

Die effektive Staubskalenhöhe ist dann ebenfalls eine Funktion der Staubkorngröße $H_d(a)$. $H_d(a)$ fließt dann direkt in die für Beobachtungen wichtige Größe der optischen Dicke, τ_{opt} , ein:

$$\tau_{opt} \equiv n_{do}\pi a^2 H_d \quad . \quad (50)$$

So kann aus Beobachtungen umgekehrt auf die Staubverteilung in der Scheibe geschlossen werden, indem ein entsprechendes Modell zugrundegelegt wird.

Zwar ist es nicht gelungen, Gl. 26 und 27 vollständig analytisch für den dynamischen Fall zu lösen. Mit Hilfe der hier berechneten Staubskalenhöhen ist es jedoch möglich, Gl. 26 und 27 in Zylinderkoordinaten umzuformen und damit auf eine Dimension zu reduzieren:

$$\frac{1}{rH_d} \frac{\partial}{\partial r} [rH_d n v_r - rH_d \nu_t \rho_G \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{n}{\rho_G}\right)] = -\sigma \Delta v n^2 \quad (51)$$

Die Kontinuitätsgleichung in derselben Form ist:

$$\frac{1}{rH_d} \frac{\partial}{\partial r} [rH_d n m v_r - rH_d \nu_t \rho_G \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{nm}{\rho_G}\right)] = 0 \quad (52)$$

Integriert ergibt dies die Staubakkretionsrate:

$$rH_d n m v_r - rH_d \nu_t \rho_G \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{nm}{\rho_G}\right) = const. = \frac{\partial M_d}{\partial t} \quad (53)$$

Somit ist zusammen mit Gl. 50 trotzdem eine konsistente Verbindung zwischen Modell und Beobachtungsparametern hergestellt.

3 Coulomb-dipolinduzierte Gelierung

Im vorangehenden Kapitel wurden drei vereinfachende Annahmen bei der Betrachtung von Staubwachstum gemacht: 1. Zwei Staubteilchen, die aufeinandertreffen, bleiben stets aneinander haften. 2. Ungeachtet des Koagulationsprozesses gilt durchweg die Beziehung $m \sim a^3$. 3. Der Hauptanteil der Staubmaterie ist in Aggregaten gleicher Größe enthalten. Eine breitere Größeverteilung, hervorgerufen durch hierarchisches Wachstum oder niedrigere Koagulationseffizienz, ist bei den Staubradien wie sich nach den Rechnungen in Kap. 2 erreicht werden, nicht von belang, da noch eine sehr gute Gaskopplung vorliegt und so die globale Staabdynamik kaum weiter beeinflusst wird. Auch eine höhere Porosität wird daher kaum Auswirkungen haben. (Zur Ausrichtung von elongierten Staubpartikeln in Gasströmung siehe auch [83].)

Aus Experimenten ist bekannt, daß die Haftwahrscheinlichkeit von μm -großen Staubteilchen bei ballistischen Stößen mit Relativgeschwindigkeiten, wie sie auch in PPS herrschen, tatsächlich bei ~ 1 liegt [84, 85, 86]. Auf diesen kleinen Skalen wächst Staub durch Cluster-Cluster-Aggregation (CCA) zu sehr porösen Aggregaten mit fraktalem Index $D_f = 2$, wobei eine nahezu monodisperse Verteilungsfunktion bestehen bleibt. Ab einer Größe von cm verdichten die Aggregate merklich und wachsen durch Partikel-Cluster-Aggregation (PCA) hierarchisch weiter [87], wie auch Simulationen zeigen [88]. Wachsen die Aggregate merklich auf dm an, wird deren Relativgeschwindigkeit so groß, daß sie durch Stöße wieder fragmentieren. Bis zu dieser Größenordnung ist das Staubwachstum experimentell recht gut verstanden. Der Übergang von dm zu $10m$ großen Agglomeraten dagegen läßt sich nach dem derzeitigen Stand der Forschung nicht erklären und bildet auch auf diese Weise eine Lücke, die es zu schließen gilt (s. z. B. Übersichtsartikel von [86, 89]).

All diesen Experimenten und Simulationen ist gemeinsam, daß als Koagulationsquerschnitt allein der geometrische Querschnitt und als Haftkraft die van-der-Waals-Kraft berücksichtigt werden. Bei kleinen Massen, bei welchen die Gravitation noch keine Rolle spielt, bewährt sich aber auch ein Blick auf die ersten Ordnungen der elektrischen Wechselwirkung. So wurde in Experimenten auf der Internationalen Raumstation (ISS) ladungsinduziertes Staubwachstum studiert und dabei der neuartige Effekt der Coulomb-dipolinduzierten Gelierung nachgewiesen. Der Besprechung dieser Experimente sei eine kurze Einführung in die Grundlagen der Koagulationstheorie vorangestellt.

3.1 Theorie des Staubwachstums

Mathematisch läßt sich Staubwachstum (wie auch Koagulation unterschiedlichster Art) durch die Smoluchowski-Gleichung [90] beschreiben:

$$\dot{n}_k = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} K_{ij} n_i n_j - n_k \sum_{j=1}^{\infty} K_{kj} n_j \quad (54)$$

Diese Gleichung beschreibt die zeitliche Änderung der Anzahldichte n einer bestimmten Teilchenspezies mit k monomeren Bestandteilen. Der erste Term auf der rechten Seite von Gl. 54 ist ein Quellterm. Er enthält diejenige Anzahl an Clustern n_k , welche durch Koagulation von Clustern der Massen i und j entstehen und hängt daher von den beiden Verteilungsfunktionen n_i und n_j ab. Der Koagulationskern K_{ij} gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der zwei Cluster i und j koagulieren. Der zweite Term auf der rechten Seite ist ein Senkenterm. Darin sind alle Cluster der Spezies k enthalten, die durch Koagulation mit anderen Clustern ihre Masse ändern. Entsprechend ist K_{kj} wieder der Koagulationskernel. Es bliebe noch, einen Fragmentationsterm hinzuzufügen. Dieser ist im folgenden aber nicht von Interesse und wird daher nicht weiter behandelt.

Um die Smoluchowski-Gleichung zu lösen, müssen die Koagulationskerne bestimmt werden. Diese enthalten den physikalischen Koagulationsquerschnitt. Gleichzeitig spiegelt sich in K die fraktale Dimension der Cluster wieder. Für den rein masseabhängigen Fall existieren für die Smoluchowski-Gleichung verschiedene analytische Lösungen für CCA und PCA [91, 92, 93]. Einen Grenzfall stellt sogenanntes Runaway-Wachstum (Gelierung) dar, wie es z. B. durch gravitative Instabilitäten bei großen Masseansammlungen (wie eben bei der Planetenentstehung) initiiert werden kann. Dabei erfährt ein Teil der Gesamtmasse des betrachteten Systems einen Phasenübergang und entkoppelt so kinematisch von der übrigen Materie. Charakteristisch hierfür ist ein zunächst exponentielles Wachstum bis sich nach endlicher Zeit ein Runaway-Agglomerat bildet. Die restliche Materie ist dann in kleineren Clustern enthalten, deren Größenverteilung einem Potenzgesetz gehorcht. Das Runaway-Agglomerat akkretiert weiterhin Materie von den kleineren Clustern, so daß ein endlicher Massenfluß zwischen den beiden Phasen stattfindet. Hier verliert die Smoluchowski-Gleichung ihre Gültigkeit, da es sich um einen Masseaustausch zwischen zwei verschiedenen Systemen handelt und die Massenerhaltung mathematisch nicht mehr erfüllt ist.

Von [94] wurde die Smoluchowski-Gleichung um die Ladung Q als unabhängige Variable erweitert und unter diesen neuen Bedingungen für Gelierung gelöst. Davon wird hier die Lösung für dipolinduzierte Gelierung herausgegriffen, wie sie zur Erklärung der Experimente im folgenden Abschnitt dient. Diese Lösung ist gültig für paritätisch aufgeladene Systeme, jedoch nicht für Systeme, welche global nicht neutral sind. Die Smoluchowski-Gleichung (in kontinuierlicher Form) lautet dann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} n(m, Q, t) = & \\ & \frac{1}{2} \int_0^m dm' \int_{-\infty}^{\infty} dQ' K(m', Q'; m - m', Q - Q') n(m - m', Q - Q', t) n(m', Q', t) \\ & - n(m, Q, t) \int_0^{\infty} dm' \int_{-\infty}^{\infty} dQ' K(m', Q'; m, Q) n(m', Q', t) \end{aligned} \quad (55)$$

Der Koagulationskern läßt sich sowohl in Form eines Wirkungsquerschnitts als

auch algebraisch schreiben:

$$K(m', Q'; m, Q) = \langle v_r \sigma(a', Q'; a, Q; v_r) \rangle = m^\mu m^\nu |Q|^\epsilon + m'^\mu m'^\nu |Q|'^\epsilon \quad (56)$$

Die Potenzindizes μ , ν und ϵ müssen für das Auftreten von dipolinduzierter Gelierung folgender Bedingung genügen:

$$\epsilon = 2, \quad \mu + \nu = D_f^{-1} - \frac{1}{2} > 0, \quad \text{d.h.} \quad D_f < 2 \quad . \quad (57)$$

Der physikalische Wirkungsquerschnitt einschließlich der Coulomb- und der Dipolwechselwirkung lautet:

$$\sigma(a', Q'; a, Q; v_r) \sim \pi(a' + a)^2 \left(1 - \frac{Q'Q}{4\pi\epsilon_0(a' + a)E_k} + \alpha_d \frac{(a'^3 Q^2 + a^3 Q'^2)}{(a' + a)^4 E_k} + \dots \right) \quad (58)$$

mit

$$\alpha_d = \frac{\epsilon_d - 1}{\epsilon_d + 2}, \quad (59)$$

wobei ϵ_d die Dielektrizitätszahl des spezifischen Materials ist. ϵ_0 ist die Dielektrizitätskonstante im Vakuum.

Dipolinduzierte Gelierung tritt dann ein, wenn Coulomb-Energie und kinetische Energie von der gleichen Größenordnung sind. Dann heben sich geometrischer und negativer Coulomb-Anteil in Gl. 58 auf und positiver Coulomb- und Dipolterm dominieren.

Die Zeitskala, t_{gel} , nach der dipolinduzierte Gelierung ausgelöst wird, ist folgendermaßen abzuschätzen:

$$t_{gel} \sim \left(\left(\frac{Q'Q}{4\pi\epsilon_0 2a_0 E_{kin}} \right) (4\pi a_0^2 N_0 \Delta v) \right)^{-1} \quad (60)$$

Die Gelierungszeit ist hier für Partikel derselben Größe angegeben. Wird der erste Term ~ 1 , so ist dies die Bedingung für dipolinduzierte Gelierung. Allgemein ist Gl. 60 ein Ausdruck für die Zeitskala ladungsinduzierten Wachstums.

3.2 Das Experiment auf der Raumstation

Im Vorfeld dieser Doktorarbeit wurden in Zusammenarbeit zwischen der Theoriegruppe am MPE, russischen Kollegen vom IHED (Institute of High Energy Density) und Kosmonauten vom Yuri-Gargarin-Space-Center Experimente zum Staubwachstum unter Schwerelosigkeit auf der Internationalen Raumstation (ISS) durchgeführt. Für diese Agglomerationsexperimente wurde die Einrichtung des Plasmakristallexperiments PKE-Nefedov verwendet [95], dem ersten naturwissenschaftlichen, und bisher einzigen physikalischen Experiment auf der ISS. In diesen Experimenten gelang erstmals der Nachweis der Coulomb-dipolinduzierten Gelierung von mikrosphärischen Staubpartikeln. Insgesamt wurden vier Experimentserien hierzu durchgeführt. Im folgenden werden davon zwei Experimente herausgegriffen, die als repräsentativ für das Phänomen der Gelierung angesehen werden können. *Die Auswertung dieser Experimente erfolgte in enger Zusammenarbeit mit Herrn Dr. U. Konopka, MPE, und wurde veröffentlicht unter [96].*

3.2.1 Experimentaufbau und Versuchsdurchführung

In Abb. 15 ist der schematische Aufbau des PKE-Nefedov-Experiments zu sehen. Hauptbestandteil bildet eine zylinderförmige Küvette aus Quarzglas der Innenmaße $h = 5.40\text{cm}$ (Höhe) und $d = 10.0\text{cm}$ (Durchmesser), die mit hochverdünntem, neutralem Argongas (Ar) bei einem Druck von 0.7mbar angefüllt ist. An Decke und Boden der Glasküvette sind zentriert zwei ringförmige Elektroden (Durchmesser: 40mm ; Abstand: 30mm) angebracht, an die eine niederfrequente Wechselspannung der Frequenz $f = 4.7\text{Hz}$ und einer Amplitude von $E = 9\text{Vcm}^{-1}$ angelegt wurde. Dieses elektrische Wechselfeld diente zur Untersuchung der Teilchenaufladung. In der Mitte der Elektroden befindet sich jeweils ein Staubdispensor. Die Elektroden und Dispensoren sind gegeneinander sowie nach außen hin elektrisch isoliert. Mit Hilfe eines elektromagnetisch gesteuerten Schüttelmechanismus wurde Staub durch gepulstes Schütteln des oberen Staubspenders in die Kammer injiziert. Die Staubdispensoren sind mit einem Sieb ausgestattet, dessen Maschengröße nur minimal größer ist als der Durchmesser der Staubteilchen. Damit wird sichergestellt, daß die Partikel einzeln in die Kammer gelangen. Die Maschengröße des in den vorliegenden Versuchen verwendeten oberen Dispensors ist $d_m = 4.8\mu\text{m}$ für Staubpartikeln der Größe $2a_o = 3.4\mu\text{m}$. (Der untere Dispensor ist für Teilchen doppelter Größe ausgestattet.) Bei den Staubpartikeln handelt es sich um Mikrosphären aus Melamin-Formaldehyd der Masse $m = 3.1 \times 10^{-14}\text{kg}$.

Um die Staubteilchen sichtbar zu machen, wurde die Kammer im Zentralbereich senkrecht zu den Elektroden von einem Laser der Wellenlänge 685nm ausgeleuchtet. Die Laserschicht hat eine Tiefe von $D_L = 150\mu\text{m}$ mit gaußartigem Profil. Ebenfalls eingezeichnet in Abb. 15 sind die Gesichtsfelder der CCD-Kameras (einer Übersichtskamera, LR, und einer 4-fach vergrößernden Kamera, HR), die zur Aufzeichnung der Experimente dienten. Die Chipauslese erfolgte zeilenweise, in einem zeitlichen Abstand von $1/50\text{ s}$. Dabei wurden abwechselnd ungerade und gerade Zeilen ausgelesen. Dadurch entstand ein Videosignal mit 50 Halbbildern pro Minute bzw. 25 ineinandergeschobenen Bildern, bei denen die geraden in Bezug auf die ungeradzahligten Bilder zeitlich um $1/50\text{ s}$ versetzt sind.

3.2.2 Auswertung des Bildmaterials

Zunächst wurden sämtliche Videoaufzeichnungen der Experimentserien B-D (teilweise auch A; die Experimente dieser Serie wurden ausführlich von U. K. ausgewertet) visuell inspiziert. Bei dieser ersten Durchmusterung konnten zwei wesentliche Dinge festgestellt werden:

- Die Teilchenbewegung in der Kammer läßt sich in allen Experimenten in zwei Phasen aufteilen: eine **turbulente** Phase (Injektionsphase; Dauer ca. 2s) und eine anschließende **equilibrierte** Phase (vgl. Abb. 16).

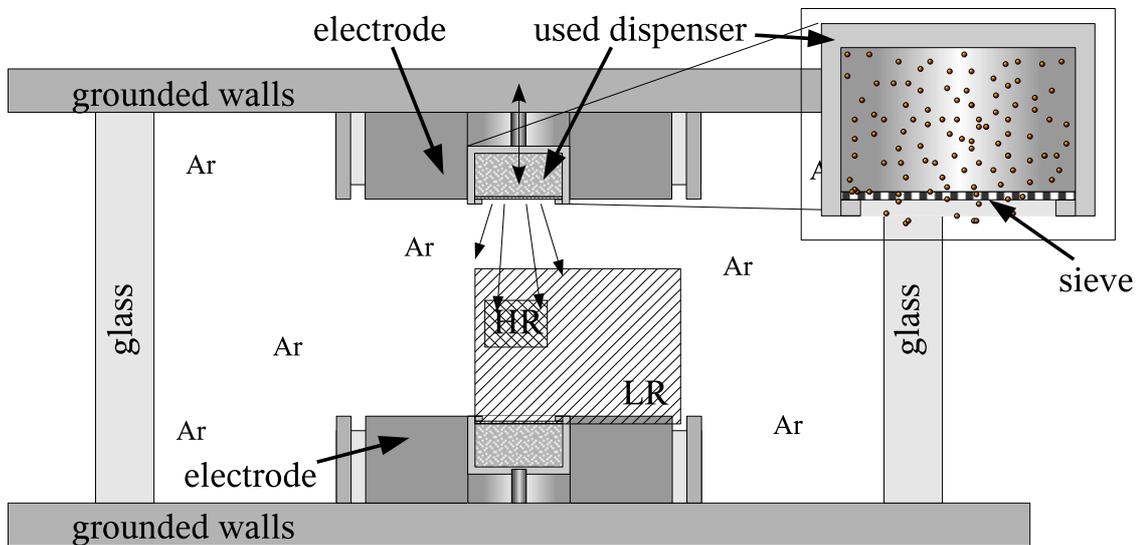


Abbildung 15: Schematischer Versuchsaufbau des Experiments PKE-Nefedov auf der ISS. In derselben Vorrichtung wurden die Experimente zur Staubkoagulation durchgeführt (Abb. aus [96]).

- In den Experimenten der Serie A entsteht jeweils ein größeres Agglomerat (vgl. Abb. 17), dagegen jedoch in keinem Experiment der Serien B-D.

Es wurden jeweils ein Experiment aus Zyklus A und B genauer ausgewertet. Die Versuchsparameter sind in Tab. 2 zusammengefaßt.

Einzig verschieden war in beiden Versuchen die Teilchendichte während der Injektionsphase. Da zwischen den beiden Koagulationsexperimenten der Serien A und B Staub für andere Experimente (Plasmakristall) verbraucht wurde und kein Staub in den Dispenser nachgefüllt werden konnte, unterscheidet sich die Dichte deutlich. In den Koagulationsexperimenten sind die Partikel in der turbulenten Phase zu dicht gepackt, um sie einzeln aufzulösen. In der anschließenden Phase sind die Teilchen zwar einzeln sichtbar aber in keiner Weise symmetrisch angeordnet. Wegen der zudem nur nahezu zweidimensionalen Laserausleuchtung ist auch keine eindeutige Aussage über die Teilchendichte des Gesamtsystems möglich. So wurde als Partikelzahl die aus den jeweils unmittelbaren Vorgängerexperimenten zu Plasmakristallen bekannte verwendet. Bei zwei aufeinanderfolgenden Experimenten kann davon ausgegangen werden, daß die injizierte Partikelzahl in guter Näherung dieselbe ist. So wurde angenommen, daß sich ebenso viele Staubteilchen in dem in Abb. 16a als Zylindervolumen gekennzeichneten Bereich auf ($\sim 10\%$ Genauigkeit) befinden und daraus die mittlere Dichte N_0 berechnet. Die turbulente Phase ist geprägt durch Gaspulsationen (15-20Hz), welche durch die gepulste Injektion des Staubes induziert werden. Die mittlere relative Partikelgeschwindigkeit ist hier von ähnlicher Größenordnung wie die Geschwindigkeit der Gaspulse, da die Staub-Gas-Kopplungszeit

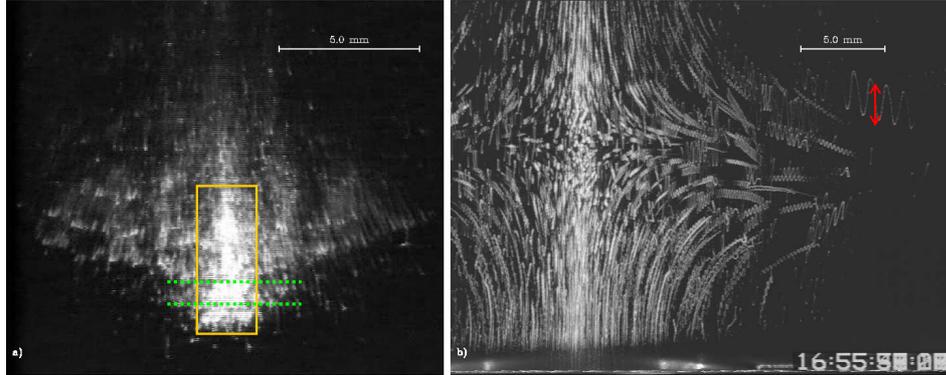


Abbildung 16: Staubpartikeln in der Kammer. a) während der Injektion (Einzelbild; aus Experimentzyklus 1; die grün-gestrichelten Linien kennzeichnen die Stoßfronten; innerhalb des gelben Rechtecks befinden sich $\sim 90\%$ der Teilchen während des Einschüttelvorgangs.). b) Teilchenbewegung während der equilibrierten Phase (Überlagerung von 519 Einzelbildern zur Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Teilchenbahnen; aus Experimentzyklus 2; rot gekennzeichnet ist die Amplitude eines oszillierenden Teilchens.) (Abb. aus [96]).

$\tau_{f,exp}$ vergleichbar ist mit der Pulsationsperiode. So wurde die relative Geschwindigkeit für einzelne Partikel in der Injektionsphase aus der Relativgeschwindigkeit der Pulsfronten ermittelt (s. Abb. 16a; dort sind die Stoßfronten farblich gekennzeichnet) und auf $v_{tp} \sim 5 - 10 \text{ cm s}^{-1}$ berechnet, für Cluster ist sie entsprechend geringer. Für Mikropartikel und kleine Cluster stellt sich rasch ein Maxwell'sches Gleichgewicht ein, da die Stoßfrequenz bei $30 - 100 \text{ s}^{-1}$ liegt. So wird nach ca. 2s die equilibrierte Phase erreicht. Die Relativgeschwindigkeit zwischen den Staubteilchen beträgt dann nur noch $v_{ep} \sim 0.03 \text{ cm s}^{-1}$ bei einer Umgebungstemperatur von $T_g \sim 0.02 \text{ eV}$. In dieser Phase treten kaum noch Stöße auf und die Partikel führen eine Oszillationsbewegung aus, der eine Drift in Richtung der Elektroden überlagert ist. Die Teilchenspuren sind gut in der Superposition der gesamten Bildsequenz der equilibrierten Phase von Exp. B zu erkennen (s. Abb. 16b). Die Oszillation tritt bei einer Frequenz von 4.7 Hz auf, also genau der Frequenz der angelegten Wechselspannung. Dies läßt auf eine Aufladung der Teilchen schließen. Die Drift ist durch einen Temperaturgradienten von 1 K in der Kammer zu erklären (Thermophorese). Möglicherweise existiert auch zusätzlich ein stationäres elektrisches Feld, welches in der Kammer durch Fehler in der Isolierung entstanden ist. Aus technischen Gründen konnte dieses aber nicht gemessen werden.

Die zur Teilchenspuranalyse verwendeten Bildsequenzen wurden manuell ausgewertet. Das erste Bild wurde so gewählt, daß die Partikelbewegung eindeutig der equilibrierten Phase zuzuordnen war. Als letztes Bild wurde jenes verwendet, in dem visuell kein Teilchen mehr zu erkennen war. Die weitere Datenanalyse erfolgte größtenteils automatisiert. Dazu wurde auf in der Arbeitsgruppe vorhandene Software auf IDL-Basis zurückgegriffen, welche ursprünglich zur Analyse der Plasmakristall-experimente erstellt worden ist. Einige Routinen wurden entsprechend modifiziert

Tabelle 2: *Physikalische Bedingungen für die Agglomerationsexperimente. *Diese Größen ergeben sich aus der Versuchsauswertung. Alle übrigen Parameter sind durch den Experimentaufbau direkt vorgegeben bzw. durch Meßvorrichtungen an der Apparatur im voraus bestimmt.*

Datum	Experiment A Mai 2001	Experiment B Jan. 2003
Gas	Ar	
ρ [mbar]	0.7	
a_o [μm]	1.7	
m [kg]	3.1×10^{-14}	
* N_0 [cm^{-3}]	6×10^8	4×10^6
* v_{tp} [$cm s^{-1}$]	5-10	
f [Hz]	4.7	
E [$V cm^{-1}$]	9.0	

oder hinzugefügt.

Um die Teilchenbewegung zu bestimmen, wurden zunächst die Positionen der Partikel in jedem Teilbild der Sequenz separat ermittelt. Hierzu wurde ein über das gesamte Bild gemittelter Hintergrund subtrahiert (sog. Pixelrauschen). Zur Identifikation eines Teilchens wurden folgende Kriterien festgelegt: Pixel einer Intensität oberhalb des Hintergrundes, die an mindestens zwei Seiten aneinandergrenzten, wurden dem Abbild desselben Teilchens zugeordnet. Aus der Intensitätsverteilung innerhalb dieser Abbildung wurde dann das gaußsche Mittel bestimmt, dessen Ort die Teilchenposition definiert. Zur Bestimmung der Teilchenspur wurden die Teilchenpositionen in den aufeinanderfolgenden Teilbildern verglichen. Betrag der mittlere Abstand zwischen zwei Teilchenpositionen in zwei anschließenden Bildern maximal fünf Pixel, wurden diese Abbildungen demselben Teilchen zugeordnet. Außerdem mußte ein Teilchen in mindestens 15 aufeinanderfolgenden Bildern detektiert sein, damit dessen Spur zur weiteren Analyse verwendet wurde. Jedoch war eine Lücke von zwei Bildern zulässig, über die dann Position und Intensität für das entsprechende Bild extrapoliert wurden. Dies ist deshalb von Nutzen, da durch die Beschleunigung während der Oszillation die Teilchenintensitäten periodisch schwanken und in einigen Fällen das Intensitätsminimum in der Größenordnung der Hintergrundintensität liegt. Die Driftbewegung wurde durch ein Polynom gefittet und subtrahiert. Die Sinusschwingung dient dann zur Bestimmung der Teilchenaufladung.

3.2.3 Intensitäts- und Masseverteilung

Die Masseverteilung (Clusterbildung) wurde indirekt über die (relative) Intensitätsverteilung bestimmt. Die Intensitätsspektren von Experiment A und B finden sich in Abb. 18. Bei der Intensität handelt es sich um die von den einzelnen Partikeln und

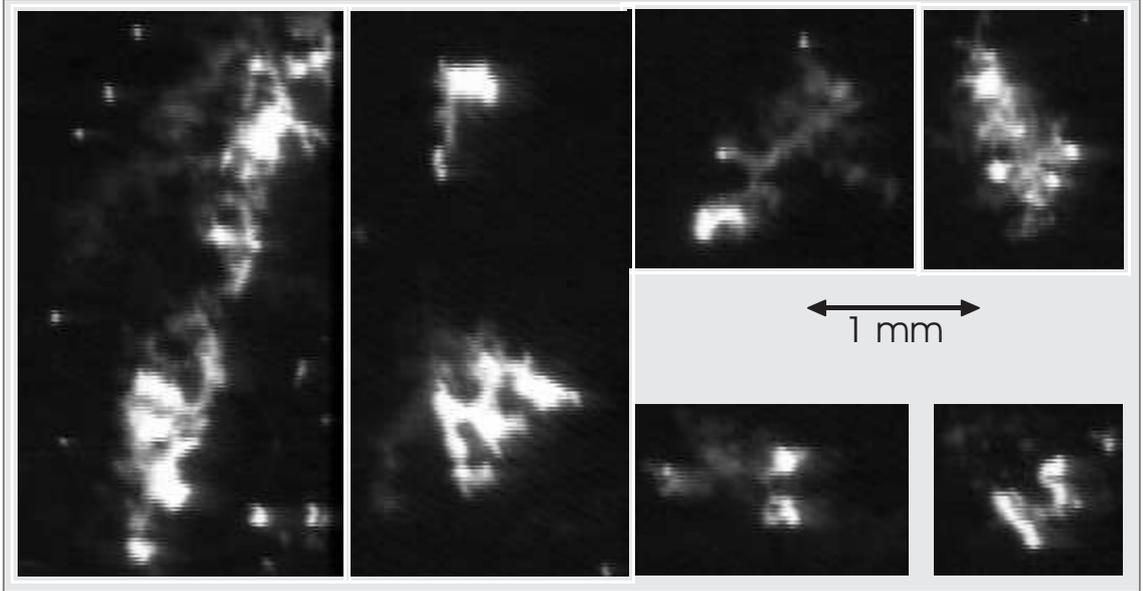


Abbildung 17: In der ersten Experimentserie bilden sich Runaway-Agglomerate heraus, in welchen $\sim 10\%$ der Gesamtmasse des Systems konzentriert ist. Es entsteht pro Experiment genau ein solches Agglomerat. Aufnahmen mit hochauflösender Kamera (aus [96])

Clustern reflektierte Lichtintensität, die auf die Helligkeit eines monomeren Teilchen geeicht wurde. Aus Experiment A wurden 1.7×10^5 Cluster gemittelt über $\simeq 750$ Einzelbilder identifiziert, in Experiment B waren es 7×10^4 Teilchen über 519 Einzelbilder. In Exp. A ist das Intensitätsspektrum für Intensitäten < 10 nicht für die weitere Analyse zu verwenden. Die scheinbare Strukturierung in diesem Bereich ist bedingt durch die Bildverarbeitung. Bei höheren Intensitäten ergibt sich eine Steigung von -2.7 , die dann bis zu hohen Werten erhalten bleibt. In Exp. B gehorcht die Intensitätsverteilung bei niedrigen Werten einem Potenzgesetz mit Index -1.7 , bricht aber bei Werten > 10 steil ab.

Für die Beziehung zwischen Clustermasse und -intensität wurde davon ausgegangen, daß die Intensität direkt proportional zur projizierten Clusteroberfläche ist. Werden die Cluster als fraktale Aggregate betrachtet, dann gilt folgenden Beziehung zwischen Intensität und Clustermasse:

$$I \sim m^{\frac{2}{D_f}} \quad . \quad (61)$$

So wurde die Clusterdimension anhand der in Experimentserie A entstandenen großen Agglomerate aus Abb. 17 auf $D_f \sim 1.6 \dots 1.9$ bestimmt. Daraus ergibt sich für diese großen Agglomerate eine Masse von $\sim 10\%$ des Gesamtsystems. Alle kleineren Cluster konnten nicht in ihrer Fläche aufgelöst werden, es wird aber davon ausgegangen, daß sie in beiden Experimenten von ähnlicher Dimension sind. Für das Massenspektrum gilt dann $N(m) \sim N(I)$.

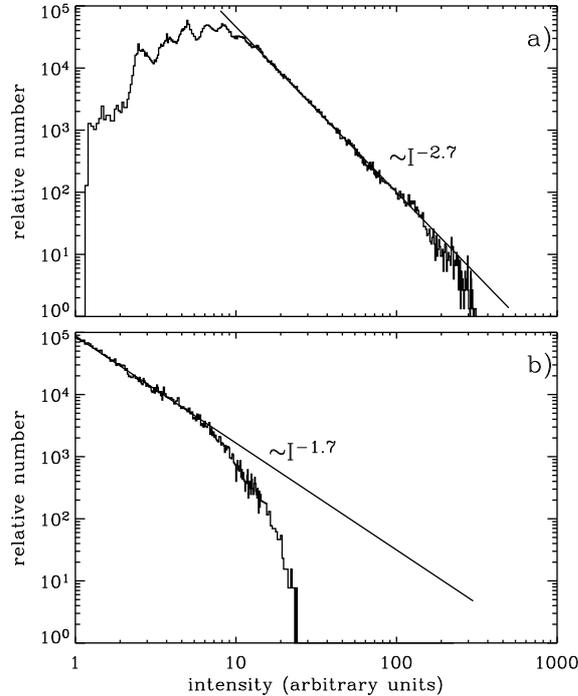


Abbildung 18: Intensitätsverteilung der Cluster für a) Exp. A und b) Exp. B (aus [96]). Die Intensitäten sind an der Helligkeit eines monodispersen Staubteilchens geeicht. Die scheinbar strukturierte Verteilung in a) unterhalb der Intensität ~ 10 ist bedingt durch die Bildverarbeitung.

3.2.4 Teilchenaufladung und Ladungs-(Masse)-Verteilung

Die auch visuell sehr gut erkennbare Oszillationsbewegung der Partikel mit der Frequenz der an den Elektroden angelegten Wechselspannung von $f = 4.7\text{Hz}$ ist ein eindeutiges Indiz für die Aufladung der Partikel. Abb. 19 zeigt ein Histogramm der Frequenzhäufigkeiten der automatisiert analysierten Teilchenspuren aus Exp. B. Es ist eine deutliche Häufung um den Wert 4.7Hz zu erkennen. Kleinere Häufungen treten zwischen 0.5Hz und 1.0Hz sowie um 2.0Hz auf, deren Ursache noch unbekannter Natur ist. Zur Erstellung des Phasenspektrums in Abb. 20 wurden nur Partikelspuren aus der Häufung im eingegrenzten Bereich um 4.7Hz verwendet, da nur für diese Oszillationsbewegungen ein elektrisches Wechselfeld als Ursache gesichert ist. Das Histogramm des Phasenspektrums dieser Teilchen in Abb. 20 zeigt Häufungen bei 0° , 160° und 320° . Dies deutet für einen Teil der Cluster auf eine Phasenverschiebung um π innerhalb der statistischen Toleranz hin, was bedeutet, daß die Teilchen sowohl positiv als auch negativ geladen sind. Wie die statische Auswertung zeigt, ist die Aufladung des Gesamtsystem aber im Mittel neutral [96].

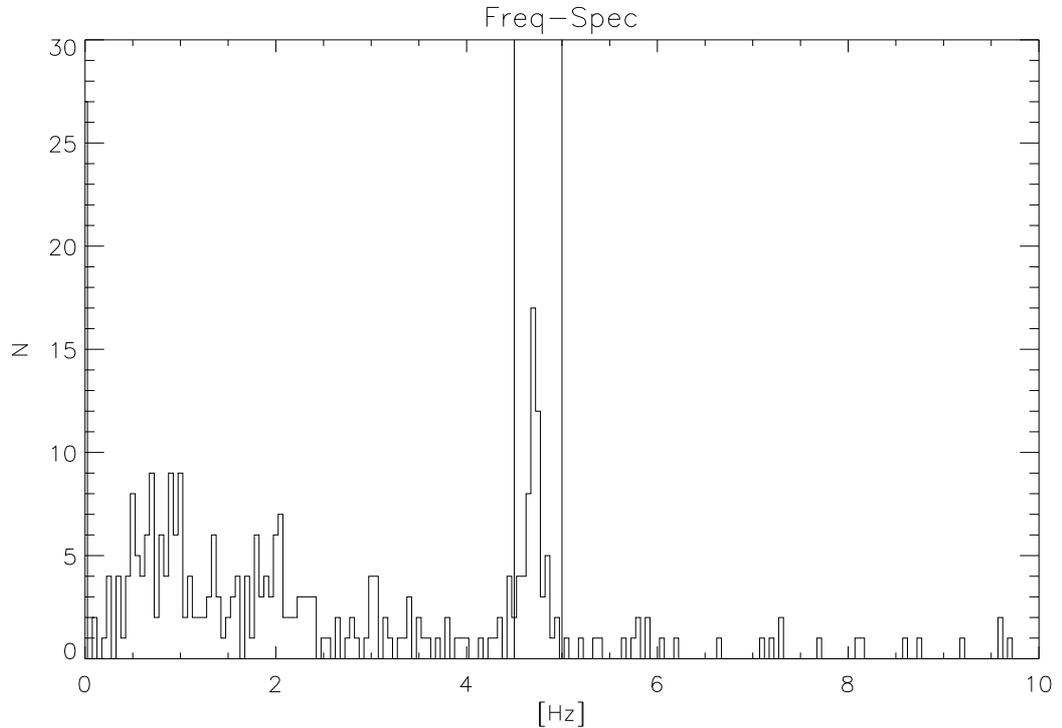


Abbildung 19: Frequenzspektrum der automatisiert analysierten Teilchenspuren aus Exp. B. Die Driftbewegung wurde mit Hilfe eines Polynomenfits subtrahiert. Es ist eine deutliche Häufung im eingegrenzten Bereich um die Frequenz 4.7Hz, bei der die Wechselspannung angelegt war, zu erkennen. Dies gilt als Indiz für die Aufladung der Staubpartikeln. Die Oszillationsquellen für die kleineren Häufungen zwischen 0.5Hz und 1.0Hz sowie um 2.0Hz sind unbekannter Natur. (Exp B)

Da die Staubteilchen ursprünglich neutral im Dispensor vorliegen, kommt als Auf ladungsmechanismus nur der triboelektrische Effekt während der Injektionsphase in Betracht.

Aus der Beziehung für einen einfachen harmonischen Oszillator läßt sich das Ladungs-Masse-Verhältnis bestimmen: Die Schwingungsamplitude ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht von elektrischer Kraft und Reibung (Epstein-Drag):

$$QE = \frac{mv}{t_e} \quad (62)$$

Dabei ist t_e die aus dem Epsteinschen Drag resultierende Kopplungszeit der Staubpartikel mit dem Gas, dessen Reziproke bekannt ist als der Reibungskoeffizient in (Neutral-)Gas, γ – in diesem Fall ist $\gamma \sim 280s^{-1}$. Die Partikelgeschwindigkeit, v , ist gegeben mit $\omega A_0 \sin \alpha$, wobei A_0 die Amplitude bei maximaler Auslenkung ist. (Die übrigen Größen wie bisher.) Mit $\omega = 2\pi f$ ergibt sich so für die Schwingungsampli-

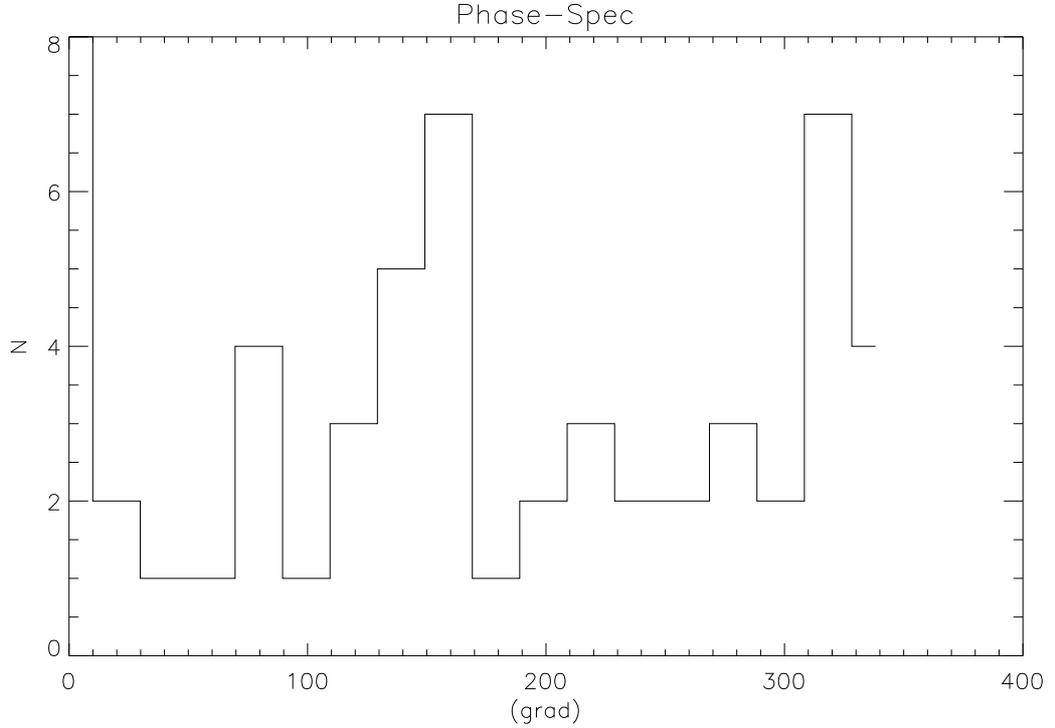


Abbildung 20: Phasenspektrum der Teilchen bei einer Oszillation von $f = 4.7\text{Hz}$. Es finden sich Häufungen um 0° , 160° und 320° .

tude:

$$A_0 = \frac{QE}{2\pi f \gamma m} \quad (63)$$

Dann ist das Ladungs-Masse-Verhältnis:

$$\frac{Q}{m} = \frac{A_0 2\pi f \gamma}{E} \quad (64)$$

Zusammen mit Gl. 61 läßt sich dann eine mittlere Ladungsverteilung abschätzen. Für Exp. A liegt die Dispersion bei $\sqrt{\langle Q^2 \rangle} \simeq 5000e$. Für Exp. B konnte nur eine obere Grenze festgelegt werden (wegen schlechter Statistik). Diese wurde zu $Q \pm 3600e$ für das Teilchen mit der größten visuell erkennbaren Amplitude ermittelt, wie sie in Abb. 16b farblich markiert ist. Als Masse wurde die eines einzelnen Teilchens verwendet. Zwar erreichen die Cluster nach Abb. 18 bis zu ~ 20 -fache Massen. Es handelt sich aber um ein Teilchen im Randbereich: Zum einen ist dabei ein Indiz für eine eher kleinere Masse, daß es während der Injektion einen weiteren Weg zurückgelegt hat. Außerdem befand es sich dadurch in einem Bereich geringerer Dichte, so daß die Koagulationseffizienz dort ebenfalls niedriger war.

Diese Ergebnisse lassen darauf schließen, daß in Exp. A Coulomb-dipolinduzierte Ge-lierung stattgefunden hat: In einem System aufgeladener Teilchen (insgesamt aber

neutral) bildet sich ein Massenspektrum mit Index $-2.7 < -1$. und zusätzlich ein Runaway-Agglomerat deutlich größerer Masse heraus. Die fraktale Dimension der Cluster ist mit $1.6...1.9 < 2$. So genügen diese Resultate den in Abs. 3.1 geforderten Bedingungen. Unabhängig von [94] wurden diese Bedingungen auch durch Simulationen von [97] für Coulomb-dipolinduzierte Gelierung bestätigt. Es zeigt sich außerdem, daß in der turbulenten Phase mittlere kinetische Energie und Coulomb-Energie von gleicher Größenordnungen sind. Damit ergibt sich nach Gl. 60 eine Gelierungszeit von $t_{gel} = 0.1s$, was gut verträglich mit der Zeitskala der Injektionsphase ($2s$) ist. Für Exp. B ist wegen der geringen Dichte (und der vermutlich etwas niedrigeren Ladungsdispersion) $t_{gel} \geq 10s$ und überschreitet damit die Zeitskala der turbulenten Phase. Dies erklärt, warum in Exp. B und so auch in allen übrigen Experimenten der Serien B-D keine Gelierung auftritt.

4 Anwendung der Ergebnisse auf Protoplanetare Scheiben

In diesem Kapitel wird untersucht, inwiefern die Effekte von dipolinduzierter Gelierung und ladungsinduziertem Wachstum von Staub unter Gegebenheiten, wie sie in PPS anzutreffen sind, Anwendung finden und ob dadurch das Staubwachstum vorangetrieben werden kann. (Alle folgenden Berechnungen orientieren sich an dem in Kap. 2 vorgestellten Modell.) Es wird ein kurzer Überblick über einige Mechanismen gegeben, welche zur Staubaufladung in PPS in Frage kommen. Eine Betrachtung der Bedingungen in der gesamten jungen Scheibe zeigt, daß der Staub innerhalb weniger Jahre durch dipolinduzierte Gelierung auf großflächige poröse Aggregate anwachsen kann. Anschließend werden Sublimationsregionen im besonderen untersucht. Ein komplexes Zusammenspiel aus ladungsinduziertem Staubwachstum, Verdichtung der Aggregate und sich daraus ändernder Opazitäten sowie einem Ausbleiben der Konvektion vermag schlußendlich die Wachstumslücke zwischen dm -großen Staubaggregaten und km -großen Planetesimalen innerhalb sinnvoller Zeitskalen schließen.

4.1 Mechanismen der Staubaufladung

Sucht man nach Bedingungen zum ladungsinduzierten Staubwachstum in PPS, stellt sich an erster Stelle die Frage nach der Staubaufladung. Daß Staubaufladung in PPS existiert, wird durch die sog. Blitzhypothese gefordert. Dieser Ansatz vermag die Entstehung von Chondren durch elektrische Entladungen im frühen Sonnensystem zu erklären [98]. Chondren sind kohlenstoffhaltige Einschlüsse in Meteoriten, welche durch extrem kurzes Erhitzen (wenige *sec.*) auf sehr hohe Temperaturen (einige $10^3 K$) entstanden sind. Solche Bedingungen sind z. B. während Blitzenentladungen gegeben [99]. Um die hierzu notwendige Staubaufladung zu erzeugen, schlagen [100] ähnliche Prozesse vor, wie sie aus irdischen Gewitterwolken bekannt sind: den Lenard-Effekt [101], den Findeisen-Effekt [102] und den Elster-Geitel-Effekt [103].

Beim Lenard-Effekt treffen zwei Wassertropfen aufeinander, wobei kleinere Tröpfcheneinheiten weggesprüht werden und negative Ladungen davontragen (s. Abb. 21a); der gewachsene Tropfen bleibt dann positiv geladen zurück. Es liegt die Vermutung nahe, daß ein ähnlicher Vorgang auch beim Aufeinandertreffen fester Agglomerate unterschiedlicher Zusammensetzung stattfinden kann. Ein solcher Prozeß könnte dann in der gesamten Scheibe zur Aufladung von Staubteilchen führen; möglicherweise sind hierzu die Bedingungen in Sublimationsregionen aber besonders günstig, da sich der Staub dort auf einem thermoenergetisch höheren Niveau befindet und daher die Ladung an der Oberfläche weniger stark gebunden ist. Dies würde Ladungstrennung und Ladungstransport erleichtern und so die Aufladung im Mittel erhöhen.

Der Findeisen-Effekt tritt beim Gefrieren von Wassertropfen auf: Zunächst bildet sich eine Eishülle, die den Wassertropfen ummantelt (Abb. 21b). Gefriert der Tropfen dann weiter nach innen durch, dehnt sich sein Inneres aus (spezifische Eigenschaft

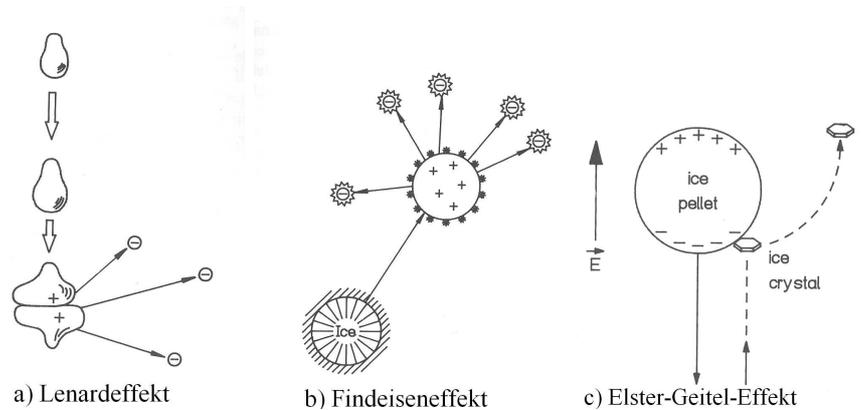


Abbildung 21: Illustration von a) Lenard-, b) Findeisen- und c) Elster-Geitel-Effekt (aus [100]); durch diese Mechanismen läßt sich die Aufladung von Wassertropfen und Hagelkörnern in der irdischen Atmosphäre erklären, welche schließlich zu Gewittern führt. Auf ähnliche Weise könnten Staubpartikel in PPS aufgeladen werden.

von Wasser: Eisdichte $<$ Wasserdichte). Durch den erhöhten Innendruck wird die äußere Eishülle abgesprengt. Die dabei entstehenden feinen Eiskristalle tragen negative Ladung davon, das zurückbleibende, größere Hagelkorn ist positiv geladen. In etwas abgewandelter Form könnte dieser Effekt eine wichtige Rolle bei der Aufladung von Staub in Sublimationsregionen spielen: Passieren Staubaggregate Sublimationsgrenzen, sind sie meist von mehreren Materialien unterschiedlicher chemischer Eigenschaften durchwachsen. (Zumindest an den äußeren Sublimationsregionen). An der jeweiligen Sublimationsgrenze dehnt sich dann das volatilste Material durch Erwärmung extrem aus, da es bestrebt ist, in die Gasphase überzugehen. Dadurch entstehen in dem Agglomerat hohe Drücke, die entweder äußere Teile absprengen oder es ganz zum Zerbersten bringen können. Sicherlich werden die dabei entstehenden Bruchstücke ebenfalls aufgeladen sein. (Im folgenden sei dies als *modifizierter Findeisen-Effekt* bezeichnet.)

Durch beide soeben vorgestellten Aufladungsmechanismen werden kleinere Teilchen negativ, größere positiv geladen. Sedimentiert Hagel in der Atmosphäre – oder eben Staub in einer PPS, werden die größeren Staubteilchen schneller driften als die kleineren, da die Beschleunigung durch die Gravitation mit einer höheren Potenz proportional zum Staubradius ($\sim a^3$ im Idealfall) ist als die negative Beschleunigung durch die Reibung ($\sim a$). So werden große und kleine und damit positiv und negativ geladene Teilchen separiert und es baut sich ein elektrisches Feld auf. Dieses wiederum vermag selbst in noch neutralen Staubpartikeln einen Dipol durch Ladungsverschiebung an der Oberfläche zu induzieren (Abb. 21c). Treffen dann die Staubteilchen während der Sedimentation auf kleinere Teilchen, übernehmen diese dann bei Kontakt die sich auf der Unterseite befindliche negative Ladung. Dieses Phänomen ist bekannt als Elster-Geitel-Effekt und trägt zur weiteren Staubauf-

dung bei. In turbulenten PPS, wie sie hier behandelt werden, findet lokal permanent eine Separation von Staubteilchen unterschiedlicher Größe statt, da kleine Teilchen in kleineren Wirbeln mitgeführt werden, größere jedoch nicht folgen können. So kommt es auch auf kleineren Größenskalen zu Ladungsseparation und damit einem zeitlich variablen elektrischen Feld, so daß der Elster-Geitel-Effekt auftritt. In vertikaler Richtung tritt dieser Effekt aber erst ein, sobald die Staubagglomerate von der Turbulenz entkoppeln (also bei einer Größe von einigen dm) und sedimentieren. Weitere Aufladungsmechanismen kommen im Scheibeninnern nicht in Betracht. Photoionisation spielt nur an der Scheibenoberfläche und in unmittelbarer Umgebung des Sterns eine Rolle, da die Scheibe zunächst opak ist im optischen Bereich (Strahlungsmaximum des Muttersterns). Auch kosmische Strahlung dringt nicht tief genug in die Gasscheibe ein. Natürliche Radioaktivität durch ^{26}Al ist ebenfalls zu schwach. (Zu fraktionierter Ionisation in PPS s. [104].)

4.2 Gelierungsbedingungen in der gesamten Scheibe in frühen Stadien

In Abb. 22 ist die mittlere Oberflächenladung, Q_{gel} , aufgetragen, wie sie unter Bedingungen (Staubdichte, -radius, mittlere Relativgeschwindigkeit) in der Mittelebene einer PPS benötigt wird, um ladungsinduzierte Gelierung in Gang zu setzen. (Da Q_{gel} unabhängig von N ist, gelten diese Werte auch in der Vertikalen bei dem jeweiligen Scheibenradius.) Wir gehen hier wieder von einer sehr jungen Scheibe aus, in welcher der Staub noch vollkommen an die Gasphase gekoppelt und von der Größenordnung einiger μm ist. Es zeigt sich, daß Q_{gel} vom Staubradius, aber auch stark von der Intensität der Turbulenz abhängt. Diese beiden Größen bestimmen bekanntlich die induzierte Partikelgeschwindigkeit und damit deren kinetische Energie, deren Wert wiederum Kriterium für Gelierung ist (Gl. 60). Auf μm großen Staubteilchen liegt Q_{gel} fast immer für alle untersuchten Werte von α unterhalb von 100 Elementarladungen und ist nur im Innern der Scheibe bei starker Turbulenz etwas höher. Für $\alpha = 0.001$ und 0.01 reicht eine moderate Oberflächenladung mit maximal einigen $100e$ auf $10\mu m$ großen Staubpartikeln für Gelierung aus. Für dieselbe Staubkorngröße bei $\alpha = 0.1$ liegt Q_{gel} bei einigen 10^4e .

Laborexperimente haben gezeigt, daß μm -große Staubpartikel (im speziellen Fall Silikatkügelchen) durch Kollision bis zu einigen $100e$ aufgeladen werden können [105]. Allerdings betrug die Relativgeschwindigkeit zwischen Staub und Impacttarget $10\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}$. In einer PPS ist Δv_s zwar je nach Stärke der Turbulenz für ebenso kleine Partikeln gleicher Größe um mindestens zwei Größenordnungen geringer (vgl. Abb. 8). Für größere Teilchen und so auch Teilchen unterschiedlicher Größe, wie sie tatsächlich in einer PPS gleichzeitig vorhanden sein werden, ist Δv_s aber entsprechend höher. In weiteren Experimenten zur triboelektrischen Aufladung messen [106] für $\sim 100\mu m$ große Partikeln aus Glas, SiC und Regolith eine mittlere Aufladung von 10^4e . [107, 108] finden ebenfalls bei Experimenten zum triboelektrischen Effekt, daß sich Staubteilchen mit einigen $10\mu m$ Radius auf $10^{4...5}e$ aufladen und die

Aufladung direkt proportional zur Staubgröße ist, also $Q \sim a$. In allen diesen Experimenten erfolgte der Kontakt stets zwischen Staubpartikeln und sehr viel größeren Oberflächen. Es wird hier davon ausgegangen, daß Staubteilchen in PPS durch das Zusammenwirken von klassischen Stößen sowie Lenard- und Elster-Geitel-Effekt Ladungen eben dieser Größenordnung austauschen und aquirieren können. Auch hierzu ist eine gewisse natürliche Breite in der Größenverteilung der Staubpartikel förderlich. Damit sind die physikalischen Voraussetzungen für dipolinduzierte Gelierung in der gesamten jungen PPS gegeben.

Die Zeitskala, t_{gel} , unter diesen Bedingungen ist in Abb. 23 dargestellt. Sie ist nur schwach abhängig von der Turbulenz und variiert für den hier abgedeckten Parameterbereich nahezu linear mit dem Staubradius. t_{gel} liegt dabei deutlich unterhalb der Lebensdauer der PPS (vgl. Tab. 1). Bei der Berechnung von t_{gel} gilt es jedoch die Dichteabnahme von Scheibenmitte bis -oberfläche um $\frac{1}{e}$ zu berücksichtigen. Wegen $t_{gel} \sim N^{-1}$ nach Gl. 60, wird die Wachstumszeit an der Scheibenoberfläche um e länger sein als in der Mittelebene. Diese Verzögerung ist dennoch unerheblich im Vergleich zu den übrigen Zeitskalen.

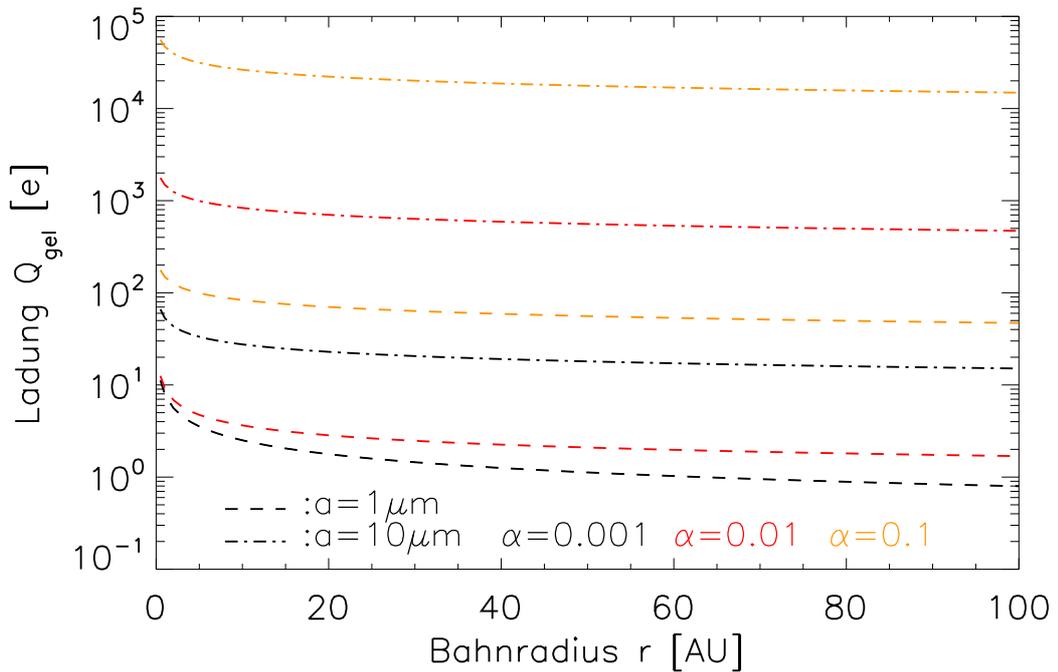


Abbildung 22: Zur Gelierung benötigte Oberflächenladung, Q_{gel} , entlang der Mittelebene einer PPS für anfangs $1\mu\text{m}$ und $10\mu\text{m}$ große Staubpartikel bei unterschiedlich starker Turbulenz ($\alpha = 0.001, 0.01, 0.1$).

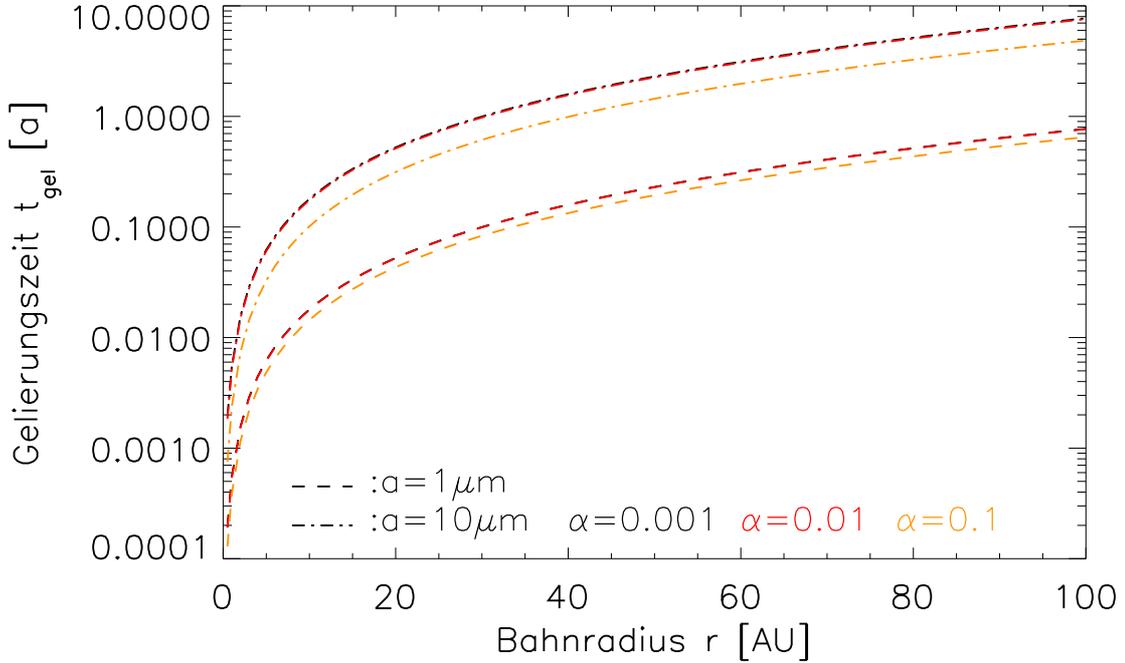


Abbildung 23: Zeitskala, t_{gel} , für Gelierung in der Mittelebene einer PPS für dieselben Parameter wie in Abb. 22.

Nun fehlt es noch, Ausdehnung und Masse des bei der Gelierung entstehenden Runaway-Agglomerats abzuschätzen. Diese beiden Größen werden nicht durch die Lösung der Smoluchowski-Gleichung beschrieben. Eine obere Grenze für die Aggregatgröße kann aber indirekt aus der Gelierungszeitskala und der mittleren Relativgeschwindigkeit der Staubpartikel ermittelt werden. Ein Agglomerat kann höchstens so viel Masse ansammeln, wie in jenem Raumvolumen enthalten ist, welches in der endlichen Zeit t_{gel} mit der relativen Teilchengeschwindigkeit durchmessen werden kann. Wie auch im Experiment beobachtet, wird aber ein Teil der Staubmaterie in Form von kleineren Agglomeraten zurückbleiben. Dennoch soll die im Runaway-Agglomerat vereinigte Masse in der PPS mit einem Anteil von 50% höher liegen als im Experiment (10%). Die so bestimmten Massen sind in Abb. 24 für die verschiedenen Turbulenzstärken (farblich gekennzeichnet) aufgetragen. Die Anfangsradien der Staubpartikel sind wieder $1 \mu m$ (obere Graphik) und $10 \mu m$ (untere Graphik). In Abb. 25 sind die zugehörigen Aggregatgrößen wiedergegeben. Bei dieser Abschätzung ist außerdem deren fraktale Struktur von $D_f = 1.6 \dots 2.0$ berücksichtigt, wie sie für dipolinduzierte Gelierung nach Kap. 3 zu verwenden ist. Die schraffierten Gebiete decken ebendiesen Bereich ab. Die erreichbare Aggregatmasse und damit auch -ausdehnung hängen sehr von der Anfangsstaubgröße und der Stärke der Turbulenz ab, da diese beiden Parameter die Relativgeschwindigkeit bestimmen, die

sowohl mit Staubradius (in dem hier betrachteten Regime) als auch α zunimmt. Außerdem ist t_{gel} für $10\mu m$ -große Teilchen länger als für solche mit $1\mu m$ Radius (vgl. Abb. 23). Folglich wächst auch das Volumen, innerhalb dessen Gelierung stattfindet. Bemerkenswert ist, daß bei moderater und starker Turbulenz ausgehend von $10\mu m$ Staubteilchen recht großräumige und massereiche Strukturen entstehen können. Für $\alpha = 0.1$ reichen die Aggregatausdehnungen von $\sim 1m$ im Scheiben innern bis zu einigen km am Scheibenrand, wo bis zu $10^6 kg$ in einem Aggregat vereinigt sein können. Hier können vor allem in den äußeren Bereichen größere Ansammlungen von Materie geschlossen transportiert werden. Es bleibt aber zu diskutieren, inwiefern die fraktale Struktur der Aggregate die Drifteigenschaften im Gegensatz zu kompakten Objekten ($m \sim a^3$) abändert. Dieses Gebiet der Forschung steht noch am Anfang und es liegen keine richtungsweisenden Berechnungen hierzu in der Fachliteratur vor, sind aber in Arbeit [109]. Im folgenden Abschnitt werden wir aber sehen, daß sich poröse Aggregate auch durchaus verdichten können. Daher werden für die radiale Drift hier solche Zeitskalen verwendet wie für kompakte Aggregate äquivalenter Masse. Ähnliches gilt für die Sedimentation.

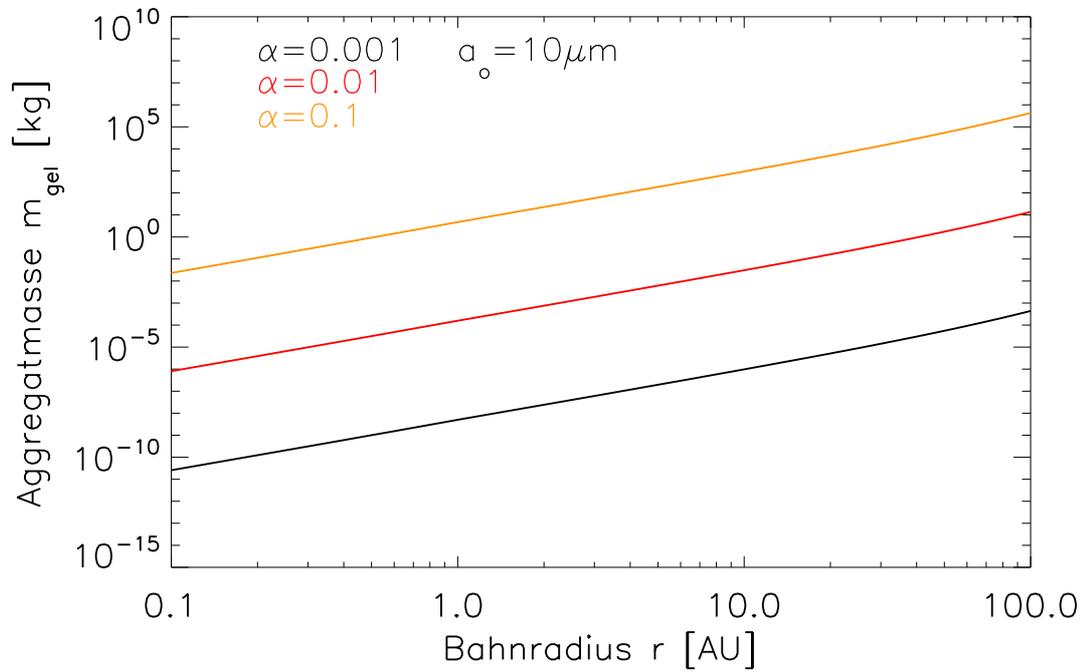
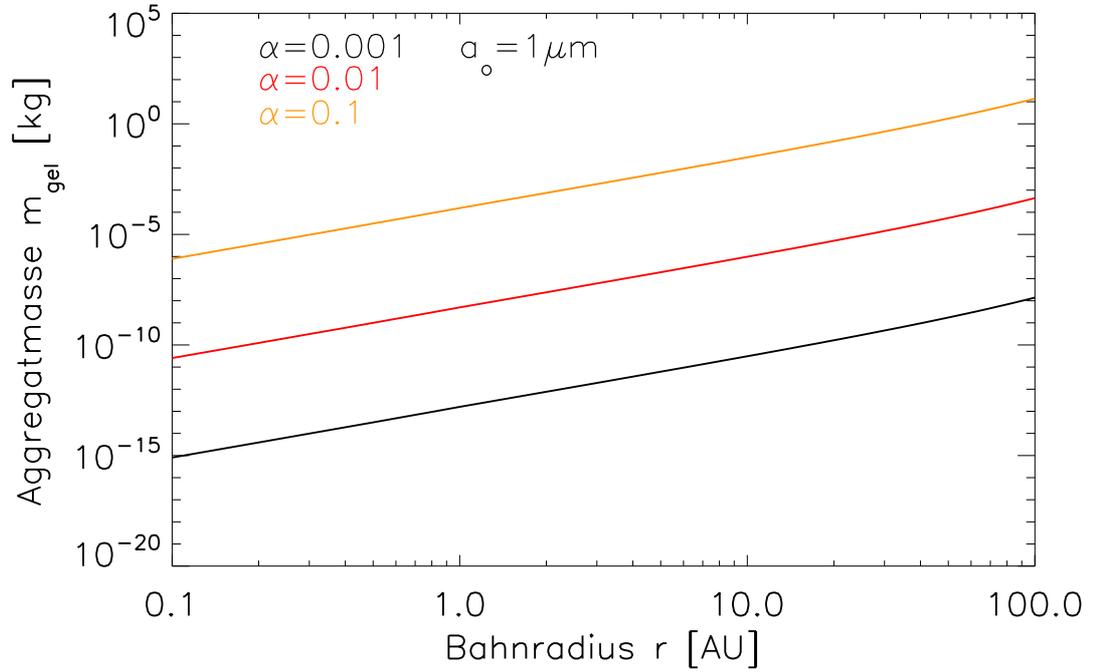


Abbildung 24: Agglomeratmasse, die durch Gelierung maximal erreicht werden kann; ausgehend von μm großen Staubpartikeln.

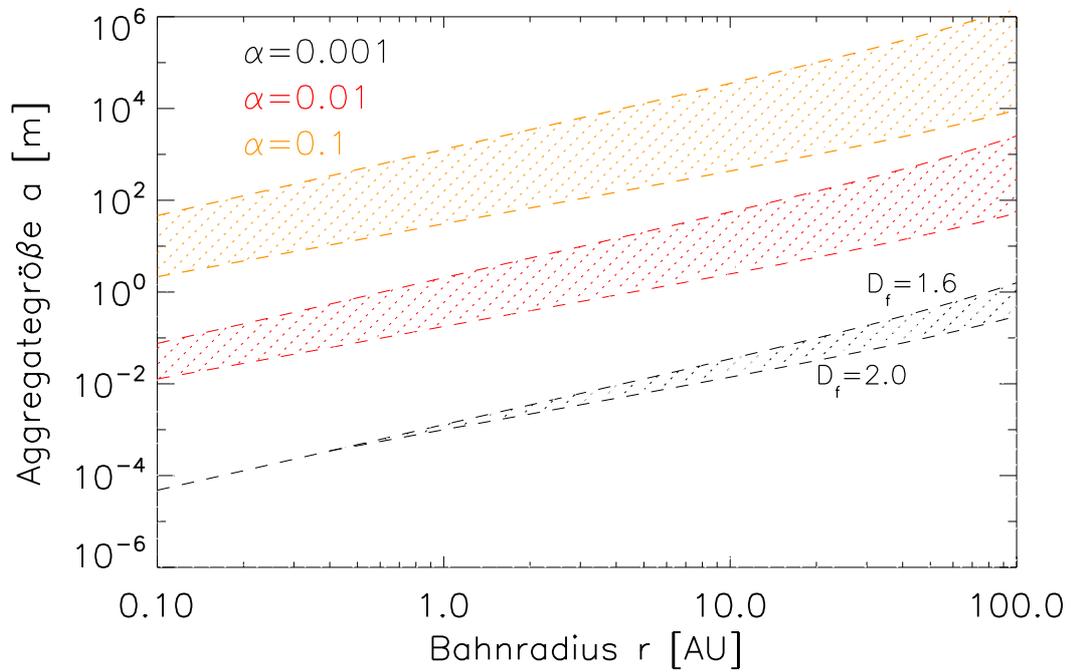
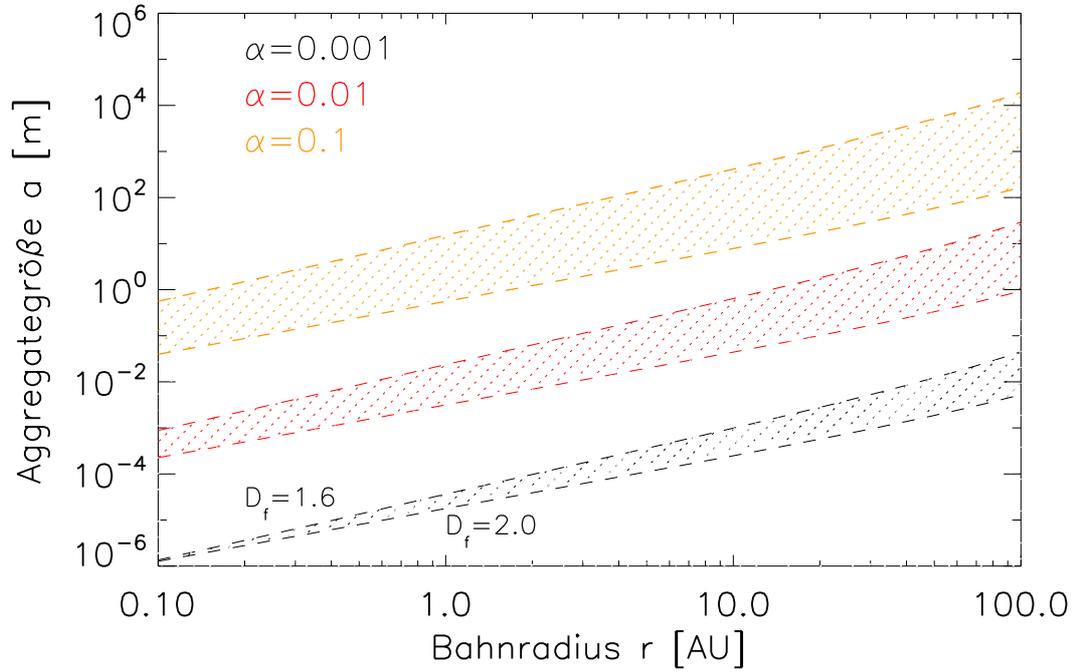


Abbildung 25: Agglomeratgröße, die durch Gelierung maximal erreicht werden kann; ausgehend von $10\mu\text{m}$ großen Staubpartikeln.

4.3 Konsequenzen von ladungsinduziertem Staubwachstum in Sublimationsregionen

Als Sublimationsgrenzen oder -regionen werden jene Gegenden in PPS bezeichnet, in welchen Temperaturen herrschen, die bestimmte chemische oder molekulare Verbindungen aus dem festen Aggregatzustand (in Staub gebunden) direkt in die Gasphase übergehen lassen. In sehr jungen Scheiben sind Sublimationsgrenzen recht gut durch die jeweilige Gastemperatur bei einem bestimmten Bahnradius definierbar, da sich Staub- und Gasphase im thermischen Gleichgewicht befinden. Ist das Staubwachstum auf über m -Größe fortgeschritten, rückt der Ort, an welchem der Staub auf Sublimationstemperatur erwärmt ist, näher zum Stern hin. Die Erwärmungsphase dauert dann entsprechend länger, so daß der Staub währenddessen ein Stück weiter in Richtung Stern driftet. Zur geometrischen Form von Sublimationsgrenzen bleibt noch zu erwähnen, daß diese sehr von der Temperaturverteilung in der Scheibe abhängt. Im vertikalen Verlauf nimmt die Gastemperatur mit zunehmender Entfernung von der Scheibenmittelebene ab. In allen Ebenen ist sie aber zugleich höher bei kleinerem Abstand vom Zentralgestirn. Daher werden Sublimationsgrenzen nicht senkrecht zur Mittelebene sondern konkav zum Stern hin gekrümmt verlaufen. In den (vertikalen) Randschichten der Scheibe und in Sternnähe gewinnt jedoch zusätzlich zur Akkretion die Strahlung des Sterns als Energiequelle an Bedeutung. Die äußeren Schichten sind wegen der geringeren Dichte bis zu größeren Bahnradien durchlässig für die optische Strahlung vom Stern. Sublimationsgrenzen bei kleinen Bahnradien werden daher eher konvex verlaufen. Für die folgenden Abschätzungen ist diese Geometrie jedoch nicht berücksichtigt, und es wird als Radius der Sublimationsgrenze durchweg der in diesem Modell in der Mittelebene gültige verwendet. In der Fachliteratur wird diesen Regionen eine äußerst bedeutende Rolle bei der Entstehung erdähnlicher Planeten sowie bei der Entstehung der vermutlich festen Kerne von Gasplaneten beigemessen. Dort reichern sich solche Materialien an, die durch Sublimation von der übrigen Staubphase abgesondert werden. Studiert man die Zusammensetzung der solaren Planeten, so weisen diese unterschiedliche Element- und Molekülhäufigkeiten auf, welche auf ausgezeichnete Entstehungsorte wie Sublimationsregionen schließen lassen. Daher werden die (solaren) Planetenbahnen mit Sublimationsradien in Verbindung gebracht [57].

[75] schlagen ein Modell vor, in dem Staubmaterie mit Aggregaten von einigen m ein ausgedehntes Sublimationsgebiet (im speziellen Fall H_2O) durchläuft. Dabei sublimiert das Wassereis und vermischt sich mit der Gasphase. So driftet das Volumen erhöhter Gaskonzentration nach innen und wird dabei durch von außen nachkommende Materie weiter angereichert. Die so erhöhte Dichte eines bestimmten Materials ist aber innerhalb dieses Modells nicht groß genug, um zur Bildung von Gasplaneten zu führen. [68] gehen davon aus, daß bereits Agglomeraten von einigen $100m$ existieren. Diese sammeln sich in Sublimationsregionen auf Keplerorbits an und sind soweit verdichtet, daß kleineres von außen akkretiertes Staubmaterial dort aufgehalten wird und sublimiert. Die angereicherte Gasphase wird dort ebenfalls akkumuliert. Diese

beiden Hypothesen zugrunde liegende ad hoc Annahme von kompakten Aggregaten bis zu einer Größe von $1 - 100m$ ist aber nicht mit dem in dieser Arbeit gerechneten Modell vereinbar.

Im Zusammenhang mit ladungsinduziertem Staubwachstum sind Sublimationsregionen deshalb von Interesse, da das Material dort eine Änderung seiner Struktur erfahren kann und zusätzlich günstige Bedingungen zur Aufladung von Staub herrschen. Es zeigt sich, daß dies auch in der sehr jungen Scheibe für noch wenig entwickelte Staubbmaterie der Fall ist. Daher sind die hier durchgeführten Rechnungen als komplementär zu den aus der Literatur bekannten zu betrachten.

Unter der Voraussetzung, daß sich durch dipolinduzierte Gelierung großräumig (masereiche) Strukturen wie in Abb. 24 und 25 herausgebildet haben, ist nun folgendes Szenario denkbar: Passieren solche Aggregate eine Sublimationsgrenze, ist das volatilste Material bestrebt zu verdampfen. Kleinere Aggregate ($\leq cm$) werden vollständig fragmentieren und ein Teil der Materie wird in die Gasphase übergehen. Die zurückbleibenden Fragmente (der Größe mm und μm) könnten umstrukturiert werden und eine kompaktere Konsistenz annehmen (sog. „sintering“). Außerdem können sie aufgrund des modifizierten Findeiseneffekts wiederum aufgeladen werden und es kann erneut zu Gelierung kommen. Auch die dann entstehenden Aggregate werden aber wohl kaum größer als cm sein, eher sogar kleiner, da sich die insgesamt vorhandene Staubbmaterie verringert hat.

Bei den größeren Aggregaten werden nur die äußeren Schichten sublimieren und kleinere Teile abplatzen. Der innere Teil wird als Ganzes kompaktieren, ähnlich, wie es aus Experimenten zu Kometen bekannt ist. Dabei wurde beobachtet, daß von mit Staub durchsetzten Schneebällen bei Einstrahlung aus der äußeren Schicht Eis sublimiert, der Staub aber zurückbleibt und eine isolierende Hülle für das weiter innen liegende Eis bildet. Dieser Kern wird außerdem kompaktiert [110]. Möglicherweise entstehen so auch auf diesen größeren Aggregaten hinreichend Oberflächenladungen, so daß es erneut zu Gelierung kommt.

Während der radialen Drift wird der in Aggregaten gebundene Staub mehrfach Sublimationsgrenzen passieren. Von Beginn an recht kleine Aggregate werden dabei in ihrer Größe trotz mehrfach möglicher Gelierung kaum merklich anwachsen oder sich im Laufe der Zeit ganz auflösen. Anfangs schon größere Aggregate dagegen könnten eher wachsen. Eine anfängliche Grenzgröße, ab der weiteres Wachstum stattfindet und unterhalb der es stagniert, ist nur schwierig abzuschätzen und hängt u. a. davon ab, wie häufig Sublimationsgrenzen durchlaufen werden. Dem Wachstum durch dipolinduzierte Gelierung sind in PPS aber auch nach oben hin Grenzen gesetzt. Für Aggregate die bereits auf einige dm (in kompaktem Zustand) angewachsen sind, wird diese Art von Wachstum ineffektiv, da dann die benötigte Oberflächenladung unrealistisch hoch wird.

In Abb. 26 ist der Aggregatradius eingezeichnet, welcher für dieselben Massen wie in Abb. 24 aber nach Verdichtung zu $m \sim a^3$ erreicht wird. Dazu sind die Orte der drei äußersten Sublimationsgrenzen gekennzeichnet. (CH_4 , $CO N_2 - X$ bei $60K$, H_2O bei $150K$ (beide aus [54]) und $C - X$ bei $950K$ [111].) Zwar mögen auch außerhalb

der Sublimationsgrenzen Mechanismen existieren, welche die Aggregate kompakter werden lassen. Diese werden hier jedoch nicht diskutiert und wir beschränken uns auf Sublimationsregionen. Die größten Agglomerate entstehen an den beiden äußeren Sublimationsgrenzen und messen bis zu $1m$ (bei einem Anfangsradius von $10\mu m$ und bei starker Turbulenz). Dipolinduzierte Gelierung als beschleunigender Wachstumsmechanismus reicht also alleine nicht aus, um den Staub soweit agglomerieren zu lassen, daß diejenige Größe erreicht wird, ab der die Wechselwirkung mit dem Gas vernachlässigbar wird und sich eine Keplerbewegung einstellt. Das Gas driftet ebenfalls weiter nach innen, so daß auch die hohen Konzentrationen sublimierten Materials nicht zurückgehalten werden. Ein Vergleich der durch Gelierung und anschließende Verdichtung erreichten Staubradien mit den zur Sedimentation notwendigen (vgl. Kap. 2.3.2) in der betrachteten Region zeigt, daß die bei einer spezifischen Turbulenzstärke entstehenden Agglomerate in jedem Fall noch zu klein sind, um zu sedimentieren. So ist auf diesem Weg auch keine Erhöhung der Staubdichte in der Mittelebene zu erwarten, wodurch ein weiteres Wachstum vorangetrieben würde. Anders verhält es sich, wirft man einen Blick auf die sich mit Wachstum und Verdichtung ändernden optischen Eigenschaften der Staubmaterie. Reflexionsvermögen und Durchlässigkeit von sehr porösen Materialien sind wenig bekannt und wäre mit der Mie-Theorie zu behandeln. Dies würde hier zu weit führen und wird daher nicht weiter diskutiert. Für kompakte Aggregate kann aber nach Gl. 50 jener Radius, a_{opt} , berechnet werden, ab dem die Scheibe durchlässig im optischen Wellenlängenbereich wird. (Also $\tau_{opt} \leq 1$.) So ist ebenfalls in Abb. 26 die Kennlinie für a_{opt} eingetragen. An Orten, an welchen die kompakte Staubmaterie diese Größe überschreitet, wird die PPS optisch dünn und beginnt vertikal den Hauptanteil der Energie durch Strahlung zu transportieren. Beginnt die Scheibe dort effizient durch Abstrahlung zu kühlen, wird Konvektion als Temperatenausgleich redundant und bleibt schließlich aus. Nun stellt sich die Frage, inwiefern die optische Durchlässigkeit tatsächlich gewährleistet ist. Bei dipolinduzierter Gelierung verbleibt ein Teil der Materie in Form von kleineren Aggregaten gebunden, die wiederum zur Opazität im Optischen beitragen. An Sublimationsgrenzen wird aber ein Großteil der in diesen kleineren Clustern enthaltenen Materie in die Gasphase übergehen. Ein anderer Teil mag von den Runaway-Agglomeraten weiter aufgenommen werden. Der Anteil an diesen kleineren Staubpartikeln mag dann auf $\leq 10\%$ der ursprünglichen Säulendichte sinken, so daß wie oben beschrieben, Abstrahlung tatsächlich dominieren und im Laufe der Zeit die Konvektion vollständig ablösen wird. Wegen der fehlenden turbulenten Viskosität hält auch die Akkretion nahezu inne. So verbleibt zur Drift des Staubes als Geschwindigkeitskomponente von Gl. 28 der zweite Term, der für größere Aggregate überwiegt. Für die Gasdrift verbleibt jene Komponente, die durch die molekulare Viskosität hervorgerufen wird. Dieser Anteil ist jedoch vernachlässigbar im Verhältnis zu den vorherrschenden Zeitskalen bei den weiteren Schritten zur Planetenbildung.

Ebensolche Bedingungen sind nach diesen Überlegungen bei starker Turbulenz zunächst an den beiden äußeren Sublimationsgrenzen anzutreffen, wenn die Aggrega-

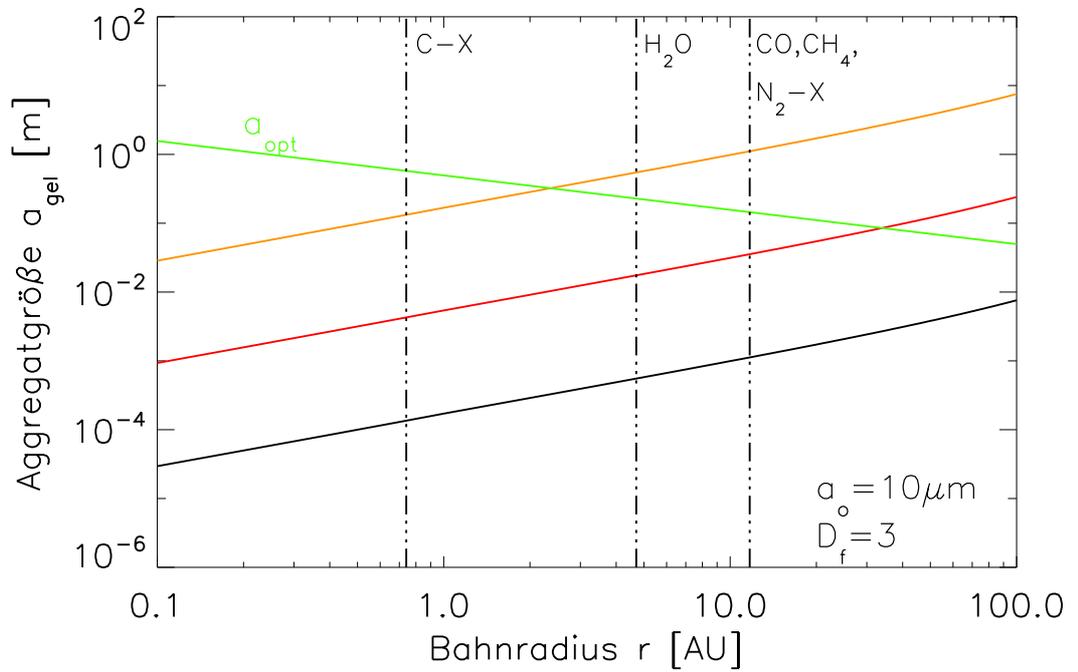
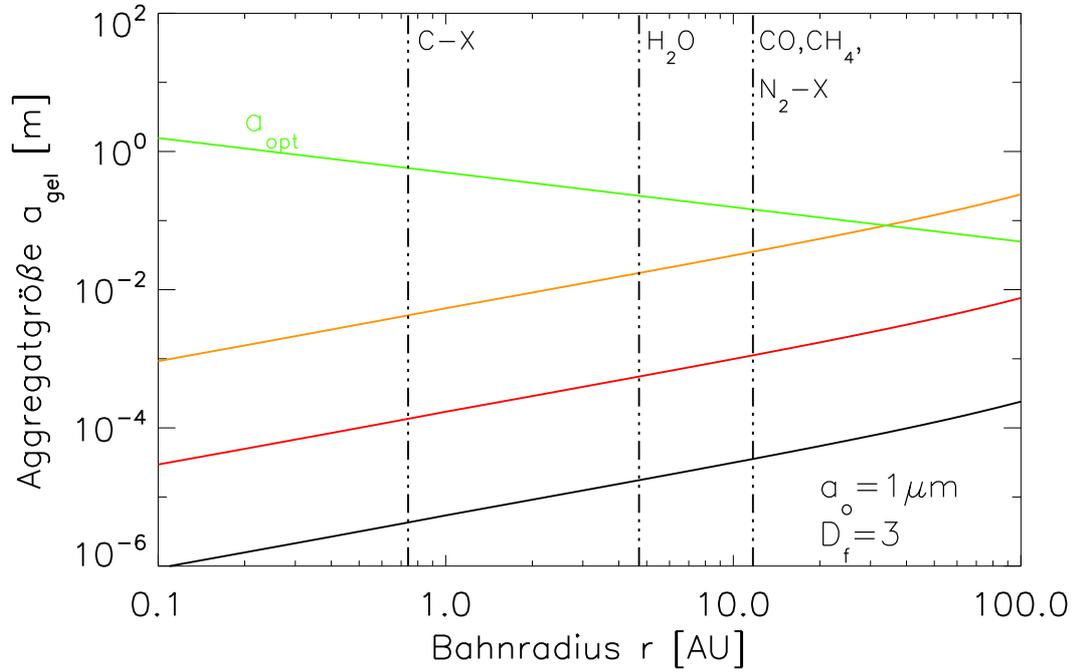


Abbildung 26: Agglomeratmasse, die durch Gelierung maximal erreicht werden kann; ausgehend von μm großen Staubpartikeln.

te aus Staub der Anfangsgröße $10\mu m$ hervorgegangen sind (vgl. Abb. 26). Die in m -großen Staubaggregaten gebundene Materie ist zwar zunächst bestrebt, weiter nach innen zu driften. Wegen fehlender Konvektion setzt aber zugleich Sedimentation ein und die Dicke der Staubscheibe sinkt innerhalb weniger 10^2 Jahre auf 1% der ursprünglichen Dicke ab. Dabei verdichtet sich der Staub in einer dünnen Schicht der Dicke $\frac{h_g}{100}$ um die Mittelebene soweit, daß dort $\rho_s = 50\dots 100\rho_{so}$. (ρ_{so} ist hier die Dichte in der Mittelebene vor der Sedimentation.) Bei solch hohen Dichten kann es durch gravitative Instabilitäten zu Runaway-Wachstum kommen, so daß sich Planetesimale bilden [34, 37], die über km in ihrer Größe messen. Diese sind dann so massiv, daß sie sich auf Keplerbahnen einfinden und dort weiter Materie akkretieren und zu Protoplaneten anwachsen.

Verweilen diese Planetesimale oder Protoplaneten nahe der Sublimationsgrenze bei der sie entstanden sind, akkretieren sie das dort mit dem sublimierten Material angereicherte Gas und es wird sich eine spezifische Atmosphäre bilden. Diese Objekte können aber auch durch Migration weiter ins Innere der Scheibe auf den Stern zu wandern [112, 113, 114]. Während der Migration kann dann sowohl durchmischtes Material aus den Regionen zwischen Sublimationsgrenzen als auch wieder angereichertes bei einer weiter innen gelegenen Sublimationsgrenze aufgenommen werden. Das hier beschriebene Szenario läßt sich nach Abb. 26 auch ausweiten auf die Fälle von Gelierung bei moderater Turbulenz ausgehend von $10\mu m$ großen Staubteilchen und starker Turbulenz ausgehend von $1\mu m$ großen Staubteilchen. Unter diesen Bedingungen würde die Aggregatgröße für optische Durchlässigkeit zwar entsprechend der Diagramme nur außerhalb der äußersten Sublimationsgrenze erreicht. Aufgrund der radialen Drift wandert aber auch die Materie von größeren Bahnradien und damit verbunden auch der zugehörige Wert von a_{opt} zur Sublimationsgrenze hin.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde anhand eines analytisch gerechneten Modells einer protoplanetaren Scheibe die Problematik des Staubwachstums für die Planetenentstehung aufgezeigt. Das Verständnis des Staubwachstums in PPS wurde durch die erstmalige Einführung von ladungsinduziertem Wachstum maßgeblich erweitert. Hierzu wurden auf der ISS durchgeführte Experimente zu Coulomb-dipolinduzierter Gelierung besprochen. Es konnte gezeigt werden, daß in PPS (innerhalb des hier gerechneten Modells) ebenfalls günstige Bedingungen für diesen neu entdeckten Phasenübergang herrschen. Dadurch können die Wachstumszeitskalen deutlich verkürzt werden (auf $\simeq 10a$). Im Zusammenwirken mit den sich rasch ändernden optischen Eigenschaften infolge der Gelierung und dem damit verbundenen Ausbleiben der Konvektion kann sich auf kurzen Zeitskalen ($\simeq 100a$) lokal eine Staubschicht hoher Dichte in der Mittelebene herausbilden. Gravitative Instabilitäten darin führen schließlich zur Entstehung von Planetesimalen. Somit wurde in dieser Arbeit eine Möglichkeit gefunden, die Wachstumslücke zwischen dm -großen Staubpartikeln und Planetesimalen zu schließen.

Es ist einzuwenden, daß die alleinige Einbindung der Konvektion als turbulenter Effekt sicherlich eine Einschränkung darstellt. Als Weiterführung dieser Arbeit sind daher Studien geplant, die hier diskutierten Konsequenzen der Gelierung auch in Scheibenmodelle einzubinden, die andere Turbulenzarten wie Balbus-Hawley-Instabilität und Helmholtz-Instabilität einschließen. Dies ist in Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe um H. Klahr am MPIA in Heidelberg geplant.

Auf experimenteller Ebene soll in Zusammenarbeit mit der AG um J. Blum der Findeisen-Effekt untersucht werden. Außerdem sind aus Experimenten zur Aufladung von Eis und Staub-Eisgemischen im Rahmen der DFG-Forschergruppe *The Formation of Planets: The Critical First Growth Phase* weitere Erkenntnisse zu erwarten. In Rahmen derselben Forschungsinitiative werden Modellrechnungen zu Partikelstößen und Fragmentation durchgeführt. Bei diesen Rechnungen planen wir, die Ladung als physikalische Größe mit einzuschließen.

Um die Modellrechnungen schlußendlich mit Beobachtungen vergleichen zu können, ist es notwendig SEDs für das hier vorgestellte Wachstumsmodell zu erstellen. Einen guten Anknüpfungspunkt bieten hier die Modelle von C. Dullemond, MPIA Heidelberg. Zur experimentellen Überprüfung werden breitbandig angelegte Beobachtungen vorgeschlagen, um Staubwachstum auf verschiedenen Größenskalen zu untersuchen.

Anhang A

A. 1: Integration der statischen vertikalen Kontinuitätsgleichung für die Staubphase unter Berücksichtigung eines z -abhängigen τ_f

Zu integrieren ist die Gleichung

$$\int \frac{\langle v_z \rangle}{\nu_t} dz = \int \frac{\rho_g}{nm} \frac{d}{dz} \frac{nm}{\rho_g} dz, \quad (65)$$

wobei wir uns der Abhängigkeit

$$\tau_f = \tau_{fm} \left(\frac{1}{1 - \frac{z^2}{h_g^2}} \right) \quad (66)$$

bedienen. Die rechte Seite von Gl. 65 wird integriert zu:

$$\ln\left(\frac{nm}{\rho_g}\right) + const. \quad (67)$$

Die linke Seite von Gl. 65 läßt sich ausführlich schreiben als:

$$-\frac{GM_C \tau_o}{r^3 \nu_t} \int \frac{z dz}{1 - \frac{z^2}{h_g^2}} \quad (68)$$

Mit

$$y = \frac{z}{h_g} \quad (69)$$

erhält man:

$$-\frac{GM_C \tau_o}{r^3 \nu_t} h_g^2 \int \frac{y dy}{1 - y^2} \quad (70)$$

Dann läßt sich Gl. 70 durch Substitution integrieren:

$$x = 1 - y^2, \quad dx = -2y dy \quad (71)$$

$$-\frac{1}{2} \int \frac{dx}{x} \quad (72)$$

$$-\frac{1}{2} \ln(x) \quad (73)$$

$$-\frac{1}{2} \ln(1 - y^2) \quad (74)$$

Also

$$\frac{1}{2} \frac{GM_C \tau_o}{r^3 \nu_t} h_g^2 \ln\left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right) = \ln\left(\frac{nm}{\rho_g}\right) + const. \quad (75)$$

Ist die untere Integralgrenze $z = 0$, die obere $z \ll h_g$ ansonsten aber beliebig, und löst man den Logarithmus auf, lautet Gl. 75:

$$\left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right)^{\left(\frac{1}{2} \frac{GM_C \tau_o}{r^3 \nu_t} h_g^2\right)} \left(\frac{nm_o}{\rho_{go}}\right) = \left(\frac{nm}{\rho_g}\right) \quad (76)$$

Außerdem

$$\frac{\rho_g}{\rho_{go}} = 1 - \frac{z^2}{h_g^2} \quad (77)$$

und

$$h_d^2 \equiv \frac{2r^3 \nu_t}{GM_C \tau_o} \quad (78)$$

Dann ergibt sich:

$$\frac{nm}{nm_o} = \left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right)^{\left(1 + \frac{h_g^2}{h_d^2}\right)}. \quad (79)$$

Anhang B

B : Integration zur Berechnung der effektiven Staubskalenhöhe

$$\rho_{do}H_d \equiv \rho_{do}h_g \int_0^{h_g} \left(1 - \frac{z^2}{h_g^2}\right)^{\left(1 + \frac{h_g^2}{h_d^2}\right)} d\frac{z}{h_g} \quad (80)$$

wird mit

$$y = \frac{z}{h_g} \quad (81)$$

zu

$$= \rho_{do}h_g \int_0^1 (1 - y^2)^{\left(1 + \frac{h_g^2}{h_d^2}\right)} dy. \quad (82)$$

Weiter wird

$$\begin{aligned} y &= \sin \theta \\ dy &= \cos \theta \\ 1 - y^2 &= \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (83)$$

gesetzt.

Dann erhält man

$$H_d = h_g \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos \theta)^{\left(3 + 2\frac{h_g^2}{h_d^2}\right)} d\theta. \quad (84)$$

Für vollkommene Staub-Gaskopplung ist $\frac{h_g}{h_d} \ll 1$ und es ergibt sich als Lösung:

$$H_d = \frac{2}{3}h_g = H_G. \quad (85)$$

Andernfalls ergibt sich die Lösung über die Wallis-Formel [115]:

$$H_d = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(3 + \frac{4\sqrt{\pi}\rho_s a}{3\gamma\alpha h_g \rho_{go}}\right)^{0.5} h_g. \quad (86)$$

Literatur

- [1] I. Kant. *Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*. Johann Friederich Petersen, Königsberg und Leipzig, 1755. English translation: W. Hastie *Universal Natural History and Theories of the Heavens In Kant's Cosmology*, Greenwood Publishing, New York 1968.
- [2] P. S. Laplace. *Exposition du Système du Monde*. Circle-Sociale, Paris, 1796. English translation, Pond, J. 1809. *The System of the World*, Richard Phillips, London.
- [3] C. F. v. Weizsäcker. Über die Entstehung des Planetensystems. *ZfP*, 22:319, 1943.
- [4] G. E. Morfill, W. Tscharnuter, and H. J. Voelk. Dynamical and chemical evolution of the protoplanetary nebula. In *Protostars and Planets II*, page 493, 1985.
- [5] W. M. Tscharnuter. A collapse model of the turbulent presolar nebula. *A&A*, 188:55, 1987.
- [6] V. S. Safronov. *Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the earth and the planets*. Nauka Press, 1969. English translation: NASA, TTF-677, 1972.
- [7] P. Goldreich and W. R. Ward. The formation of planetesimals. *ApJ*, 183:1051, 1973.
- [8] C. Hayashi, K. Nakazawa, and Y. Nakagawa. Formation of the solar system. In D. C. Black and M. S. Matthews, editors, *Protostars and Planets II*, page 1100. The University of Arizona Press, 1985.
- [9] J. J. Lissauer. Timescales for planetary accretion and the structure of the protoplanetary disk. *Icar*, 69:249, 1987.
- [10] T. Nakano. Formation of planets around stars of various masses. I - Formulation and a star of one solar mass. *MNRAS*, 224:107, 1987.
- [11] T. Nakano. Formation of planets around stars of various masses. II - Stars of two and three solar masses and the origin and evolution of circumstellar dust clouds. *MNRAS*, 230:551, 1988.
- [12] T. Nakano. Formation of planets around stars of various masses. III - Massive and small-mass stars and the regions of planet formation. *MNRAS*, 235:193, 1988.

- [13] G. A. H. Walker, A. R. Walker, A. W. Irwin, et al. A search for Jupiter-mass companions to nearby stars. *Icar*, 116:359, 1995.
- [14] A. Wolszczan and D. A. Frail. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257+12. *Nat*, 355:145, 1992.
- [15] A. Wolszczan. Confirmation of Earth Mass Planets Orbiting the Millisecond Pulsar PSR:B1257+12. *Sci*, 264:538, 1994.
- [16] M. Mayor and D. Queloz. A jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nat*, 378:355, 1995.
- [17] I. A. Bond, A. Udalski, M. Jaroszyski, et al. OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53: A planetary microlensing event. *ApJ*, 606:L155, 2004.
- [18] A. Udalski, M. Jaroszyski, B. Paczynski, et al. A jovian-mass planet in microlensing event OGLE-2005-BLG-071. *ApJ*, 628:L109, 2005.
- [19] A. Gould, A. Udalski, D. An, et al. Microlens OGLE-2005-BLG-169 implies that cool neptune-like planets are common. *ApJ*, 644:L37, 2006.
- [20] J.-P. Beaulieu, D. P. Bennett, P. Fouqué, et al. Discovery of a cool planet of 5.5 earth masses through gravitational microlensing. *Nat*, 439:437, 2006.
- [21] R. Neuhäuser, E. W. Guenther, G. Wuchterl, et al. Evidence for a co-moving sub-stellar companion of GQ Lup. *A&A*, 435:L13, 2005.
- [22] G. Chauvin, A.-M. Lagrange, C. Dumas, et al. Giant planet companion to 2MASSWJ1207334-393254. *A&A*, 438:L25, 2005.
- [23] G. Chauvin, A.-M. Lagrange, B. Zuckerman, et al. A companion to AB Pic at the planet/brown dwarf boundary. *A&A*, 438:L29, 2005.
- [24] www.exoplanet.eu, 2007.
- [25] A. I. Sargent and S. V. W. Beckwith. Kinematics of the circumstellar gas of τ tauri and τ monocerotis. *ApJ*, 323:294, 1987.
- [26] S. V. W. Beckwith, T. Henning, and Y. Nakagawa. Dust Properties and Assembly of Large Particles in Protoplanetary Disks. *Protostars and Planets IV*, page 533, 2000.
- [27] L. A. Hillenbrand. Young Circumstellar Disks and Their Evolution: A Review. 2002.
- [28] *Protostars and Planets V*. Arizona University Press, 2005.
- [29] M. Fukagawa, M. Tamura, Y. Itoh, et al. Near-infrared images of protoplanetary disk surrounding HD 142527. *ApJ*, 636:L153, 2006.

- [30] H. Fujiwara, M. Honda, H. Kataza, et al. The asymmetric thermal emission of the protoplanetary disk surrounding HD 142527 seen by SUBARU/COMICS. *ApJ*, 644:L133, 2006.
- [31] <http://www.universetoday.com/2006/06/29/protoplanetary-disk-warped-by-a-hidden-companion/>, 2006.
- [32] P. Bodenheimer. Evolution of the giant planets. In D. C. Black and M. S. Matthews, editors, *Protostars and Planets II*, page 873. The University of Arizona Press, 1985.
- [33] Boss A. Evolution of the solar nebula. IV. giant gaseous protoplanet formation. *ApJ*, 503:923, 1998.
- [34] J. J. Lissauer. Planet formation. *ARAA*, 31:129, 1993.
- [35] J. B. Pollack, O. Hubickyj, P. Bodenheimer, et al. Formation of the Giant Planets by Concurrent Accretion of Solids and Gas. *Icarus*, 124:62, 1996.
- [36] S. Weidenschilling and J. N. Cuzzi. Formation of planetesimals in the solar nebula. In E. H. Levy and J. I. Lunine, editors, *Protostars and Planets III*, page 1031. Univ. Arizona Press, 1993.
- [37] A. N. Youdin and F. H. Shu. Planetesimal formation by gravitational instability. *ApJ*, 580:494, 2002.
- [38] W. L. Slattery. The structure of the planets jupiter and saturn. *Icar.*, 32:58, 1977.
- [39] W. B. Hubbard and J. J. MacFarlane. Structure and evolution of uranus and neptune. *J. Geophys. Res.*, 85:225, 1980.
- [40] H. Mizuno. Formation of the Giant Planets. *Prog. of Theo. Phys.*, 64:544, 1980.
- [41] N. C. Santos, G. Israelian, M. Mayor, et al. Statistical properties of exoplanets. II. Metallicity, orbital parameters, and space velocities. *A&A*, 398:363, 2003.
- [42] Valenti J. A. Fisher, D. and G. Marcy. Spectral analysis of stars on planet searches. In *IAUS 219 Stars as Suns: Activity Evolution and Planets*, 2005.
- [43] G. Wuchterl. From clouds to planet systems: Formation and evolution of stars and planets. In H. Deeg, J. A. Belmonte, A. Aparicio, and F. Sanchez, editors, *Extrasolar Planets*, volume 1. Cambridge University Press, 2007.
- [44] D. Apai, I. Pascucci, N. van der Bliik, and othes. Grain growth and dust settling in a brown dwarf disk, (gemini/t-recs* observations of cfht-bd-tau 4). *A&A*, 426:L53, 2004.

- [45] M. F. Sterzig, I. Pascucci, D. Apai, N. van der Bliek, and C. P. Dullemond. Evolution of young brown dwarf disks in the mid-infrared. *A&A*, 427:245, 2004.
- [46] C. P. Dullemond and C. Dominik. Flaring vs. self-shadowed disks: the seeds of herbig ae/be stars. *A&A*, 417:159, 2004.
- [47] C. P. Dullemond and C. Dominik. The effect of dust settling on the appearance of protoplanetary disks. *A&A*, 421:1075, 2004.
- [48] A. Johansen, H. Klahr, and T. Henning. Gravoturbulent Formation of Planetesimals. *ApJ*, 636:1121, 2006.
- [49] A. Johansen, T. Henning, and H. Klahr. Dust Sedimentation and Self-sustained Kelvin-Helmholtz Turbulence in Protoplanetary Disk Midplanes. *ApJ*, 643:1219, 2006.
- [50] A. Johansen and H. Klahr. Dust Diffusion in Protoplanetary Disks by Magnetorotational Turbulence. *ApJ*, 634:1353, 2005.
- [51] S. Fromang and J. Papaloizou. Dust settling in local simulations of turbulent protoplanetary disks. *A&A*, 452:751, 2006.
- [52] I. Kamp and C. P. Dullemond. The gas temperature in the surface layers of protoplanetary disks. *ApJ*, 615:991, 2004.
- [53] H. Tanaka, Y. Himeno, and S. Ida. Dust growth and settling in protoplanetary disks and disk spectral energy distributions: I. laminar disks. *ApJ*, 625:414, 2005.
- [54] G. E. Morfill. Physics and Chemistry in the Primitive Solar Nebula. In R. Lucas, A. Omont, and R. Stora, editors, *Birth and the Infancy of Stars*, page 693, 1985.
- [55] H. J. Völk. Formation of the planetary system. *MAG*, 51:63, 1981.
- [56] D. Berry. This is an artist's concept of the near stellar environment of the star beta pictoris. this illustration is based upon recent observations made with the goddard high resolution spectrograph aboard the hubble space telescope. STScI.
- [57] J. S. Lewis. The temperature gradient in the solar nebula. *Sci*, 186(4162):440, 1974.
- [58] A. G. W. Cameron and M. R. Pine. Numerical models of the primitive solar nebula. *Icar.*, 18:377, 1973.

- [59] D. N. C. Lin and J. Papaloizou. On the structure and evolution of the primordial solar nebula. *MNRAS*, 191:37, 1980.
- [60] R. Schröpfer and T. Henning. Dust Diffusion, Sedimentation, and Gravitational Instabilities in Protoplanetary Disks. *ApJ*, 614:960, 2004.
- [61] G. Rüdiger and V. V. Pipin. Viscosity-alpha and dynamo-alpha for magnetically driven compressible turbulence in kepler disks. *A&A*, 362:756, 2000.
- [62] S. A. Balbus and J. F. Hawley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. i. linear analysis. *ApJ*, 376:214, 1991.
- [63] J. F. Hawley and S. A. Balbus. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. ii. nonlinear evolution. *ApJ*, 376:223, 1991.
- [64] L. Prandtl. *Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre*, 19:188, 1932.
- [65] E. Vitense. *Z. f. Astroph.*, 32:135, 1953.
- [66] W. Heisenberg. Zur statistischen theorie der turbulenz. *Z. f. Phys.*, 124:628, 1948.
- [67] N. I. Shakura and R. A. Sunyaev. Black holes in binary systems. observational appearance. *A&A*, 24:337, 1973.
- [68] K. Kornet, M. Rózyczka, and T. F. Stepinski. An alternative look at the snowline in protoplanetary disks. *A&A*, 417:151, 2004.
- [69] W. J. Duschl. Accretion disk models with a self-consistent viscosity parameter α in convection zones. *A&A*, 225:105, 1989.
- [70] D. Lynden-Bell and J. Pringle. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *MNRAS*, 168:603, 1974.
- [71] D. N. C. Lin. Convective accretion disk model for the primordial solar nebula. *ApJ*, 246:972, 1981.
- [72] P. S. Epstein. On the resistance experienced by spheres in their motion through gases. *Phys. Rev.*, 23:710, 1924.
- [73] S. J. Weidenschilling. Aerodynamics of solid bodies in the solar nebula. *MNRAS*, 180:57, 1977.
- [74] J. N. Cuzzi, A. Dobrovolskis, and J. M. Champney. Particle-gas dynamics in the midplane of a protoplanetary nebula. *Icarus*, 106:102, 1993.
- [75] J. N. Cuzzi and K. J. Zahnle. Material enhancement in protoplanetary nebulae by particle drift through evaporation fronts. *ApJ*, 614:490, 2004.

- [76] G. E. Morfill, S. Röser, W. Tscharnuter, and H. Völk. The dynamics of dust in a collapsing protostellar cloud and its possible role in planet formation. *MPL*, 19:211, 1978.
- [77] G. E. Morfill. Protoplanetary disks with coagulation and evaporation. *Icarus*, 75:371, 1988.
- [78] L. Hartmann. Astrophysical observations of disk evolution around solar mass stars. In A. N. Krot, E. R. D. Scott, and B. Reipurth, editors, *Chondrites and the Protoplanetary disk*, volume 341 of *ASP Conf. Ser.*, page 131, 2005.
- [79] D. I. Johnstone. *Photoevaporating Disks around Young Stars: Ultracompact HII Regions and Protoplanetary Disks*. PhD thesis, AA(UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY.), 1995.
- [80] H. Nomura and Y. Nakagawa. Dust size growth and settling in a protoplanetary disk. *ApJ*, 640:1099, 2006.
- [81] C. P. Dullemond and C. Dominik. Dust coagulation in protoplanetary disks: a rapid depletion of small grains. *A&A*, 434:971, 2005.
- [82] G. E. Morfill. mndl. Mitteilung.
- [83] G. Wurm and J. Blum. An experimental study on the structure of cosmic dust aggregates and their alignment by motion relative to the gas. *ApJ*, 529, 2000.
- [84] L.-O. Heim, J. Blum, M. Preuss, and H.-J. Butt. Adhesion and Friction Forces between Spherical Micrometer-Sized Particles. *Physical Review Letters*, 83:3328, 1999.
- [85] T. Poppe, J. Blum, and Th. Henning. Analogous experiments on the stickiness of micron-sized preplanetary dust. *ApJ*, 533:454, 2000.
- [86] J. Blum. Grain Growth and Coagulation. In A. N. Witt, G. C. Clayton, and B. T. Draine, editors, *Astrophysics of Dust*, volume 309 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 369, 2004.
- [87] J. Blum and G. Wurm. Experiments on sticking, restructuring, and fragmentation of preplanetary dust aggregates. *Icar.*, 143:138, 2000.
- [88] C. Dominik and A. Tielens. The physics of dust coagulation and the structure of dust aggregates in space. *ApJ*, 480:647, 1997.
- [89] G. Wurm and J. Blum. *Experiments on planetesimal formation*, page 90. Planet Formation, 2006.
- [90] M. Smoluchowski. Versuch einer mathematischen Theorie der Koagulationskinetik kolloider Lösungen. *Z. Phys. Chemie*, 92:129, 1917.

- [91] M. H. Ernst. Kinetics of clustering in irreversible aggregation. In L. Pietronero and E. Tosatti, editors, *Fractals in Physics, Proceedings of the Sixth Trieste International Symposium held 9-12 July, 1985 at ICTP, Trieste, Italy. Edited by Luciano Pietronero and Erio Tosatti. Amsterdam: North Holland Publishing, 1986., p.289*, page 289, 1986.
- [92] S. Kempf, S. Pfalzner, and T. K. Henning. N-particle-simulation of dust growth. 141:388, 1999.
- [93] M. H. Lee. On the validity of the coagulation equation and the nature of runaway growth. 143:74, 2000.
- [94] A. Ivlev, G. E. Morfill, and U. Konopka. Coagulation of charged microparticles in neutral gas and charge-induced gel transition. *PRL*, 89(19):195502–1, 2002.
- [95] A. P. Nefedov, G. E. Morfill, V. E. Fortov, et al. Pke-nefedov: Plasmacrystal experiments on the international space station. *NJP*, 5:33, 2003.
- [96] U. Konopka, F. Mokler, A. Ivlev, et al. Charge-induced gelation of microparticles. *NJPh*, 7:227, 2005.
- [97] L. Matthews and T. Hyde. Effects of the Charge-Dipole Interaction on the Coagulation of Fractal Aggregates. *APS Meeting Abstracts*, page 3007, 2003.
- [98] F. L. Whipple. Chondrules: suggestion concerning the origin. *Nature*, 153:54–56, 1966.
- [99] M. Horanyi, G. Morfill, C. K. Goertz, and E. H. Levy. Chondrule formation in lightning discharges. *Icar.*, 114:174, 1995.
- [100] G. E. Morfill, H. Spruit, and E. H. Levy. Physical processes and conditions associated with the formation of protoplanetary disks. In E. H. Levy and J. I. Lunine, editors, *Protostars and Planets III*, page 939. The University of Arizona Press, 1993.
- [101] P. Lenard. Über Regen. *Meteor. Z.*, 21:249, 1904.
- [102] W. Findeisen. Untersuchung über die Eissplitterung an Reifschichten. *Meteor. Z.*, 60:145, 1943.
- [103] J. Elster and H. Geitel. Über den elektrischen Vorgang in Gewitterwolken. *Wiedemann's Ann. Phys.*, 25:116, 1885.
- [104] D. Semenov, D. Wiebe, and Th. Henning. Reduction of chemical networks: II. analysis of the fractional ionisation in protoplanetary discs. *A&A*, 417:93, 2003.

- [105] T. Poppe, J. Blum, and Th. Henning. Experiments on collisional grain charging of micron-sized preplanetary dust. *ApJ*, 533:472, 2000.
- [106] A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horányi, and S. Robertson. Experimental investigations on photoelectric and triboelectric charging of dust. *J. Geophys. Res.*, 106(A5):8343, 2001.
- [107] Z. Sternovsky, M. Horányi, and S. Robertson. Charging of dust particles on surfaces. *JVacSciTA*, 19(5):2533, 2001.
- [108] Z. Sternovsky, S. Robertson, A. Sickafoose, J. Colwell, and M. Horányi. Contact charging of lunar and Martian dust simulants. *J. Geophys. Res. (Pl.)*, 107:15, 2002.
- [109] Arbeitsgruppe J. Blum. TU Braunschweig. mndl. Mitteilung, 2007.
- [110] U. Konopka. mndl. Mitteilung, 2007.
- [111] P. Lenzuni, H.-P. Gail, and T. Henning. Dust evaporation in protostellar cores. *ApJ*, 447(2):848, 1995.
- [112] D. N. C. Lin and J. Papaloizou. On the structure of circumbinary accretion disks and the tidal evolution of commensurable satellites. *MNRAS*, 188:191, 1979.
- [113] D. N. C. Lin, P. Bodenheimer, and D. C. Richardson. Orbital migration of the planetary companion of 51 Pegasi to its present location. *Nat.*, 380:606, 1996.
- [114] E. W. Thommes. A Safety Net for Fast Migrators: Interactions between Gap-opening and Sub-Gap-opening Bodies in a Protoplanetary Disk. *ApJ*, 626:1033, 2005.
- [115] I. S. Gradstein and I. M. Rysik. *Summen-, Produkt- und Integral-Tafeln*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1957.

Danksagung

Mein großer Dank gebührt dem Betreuer dieser Arbeit, Prof. G. E. Morfill. Durch ihn erhielt ich die Anregung zu dieser interdisziplinären Arbeit über die Planetenentstehung. Mit unschätzbare Geduld entgegnete er meinem hartnäckigen Nachfragen und gab mir stets neue wissenschaftliche Anregungen. Das einzigartige Umfeld der Theoriegruppe des MPE unter seiner Leitung bot mir die Gelegenheit, die neuesten experimentellen Erkenntnisse zu ladungsinduziertem Staubwachstum in die Theorie der Planetenentstehung einzuarbeiten.

Auch bin ich sehr dankbar für all die Gelegenheiten, die ich durch die finanzielle Unterstützung seitens des MPE erhielt, auf nationalen und internationalen Tagungen meine Ergebnisse vorzustellen und wissenschaftliche Kontakte zu knüpfen.

Innerhalb der Theoriegruppe möchte ich insbesondere Dr. U. Konopka danken, der mich in die Datenanalyse zur Auswertung der Staubwachstumsexperimente eingeführt hat und jederzeit für Fragen jeglicher Art zur Verfügung stand. Mit Rat und Tat zur Seite standen auch jederzeit Dr. H. Thomas und Dr. M. Kretschmer bei experimentellen Fragen und Dr. A. Ivlev und Dr. S. Zhdanov bei Fragestellungen zur Theorie. Für die Lösung kleinerer und größerer Computerprobleme möchte ich R. Sütterlin herzlich danken. Mein Dank geht auch an alle Mit-Doktoranden der Theoriegruppe, die mitunter eine recht spaßige Atmosphäre in dieser Zeit entstehen ließen.

Prof. J. Blum an der TU Braunschweig möchte ich vor allem für seine kritischen Fragen zum ladungsinduzierten Staubwachstum in protoplanetaren Scheiben danken, die ich als sehr anregend empfunden habe.

Prof. A. Burkert an der USM München stand mir ebenfalls für wissenschaftlich fruchtbare Gespräche zur Planetenentstehung zur Verfügung, wofür ich sehr dankbar bin.

Am MPIA in Heidelberg gilt mein Dank Dr. H. Klahr, Dr. C. Dullemond, Dipl. Phys. A. Johansen und Dipl. Phys. F. Brauer für die sehr interessanten und anregenden Diskussionen über die Turbulenz.

Für die aufmerksame Durchsicht des Manuskripts danke ich Dr. G. Wuchterl. Für noch vorhandene Fehler übernehme ich selbstverständlich die alleinige Verantwortung.

Meiner Familie möchte ich für die Unterstützung meines Physik- und Promotionsstudiums danken. In dieser interessanten und mitunter auch recht turbulenten Phase meines Lebens war sie stets an meiner Seite.